## CHUYÊN ĐỀ: O10-2024-GV154 O10-2024-GV147 HỆ PHƯƠNG TRÌNH

**Dạng 1: Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế và phương pháp cộng**

I. Tóm tắt lý thuyết

Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn có dạng $\left\{\begin{array}{c}ax+by=c\\a'x+b'y=c'\end{array}\right.$

II. Phương pháp giải

**1. Cách giải hệ phương trình bằng phương pháp thế**

 **Bước 1.** Từ một phương trình của hệ, biểu diễn một ẩn theo ẩn kia rồi thế vào phương trình còn lại của hệ để được phương trình chỉ còn chứa một ẩn.

 **Bước 2.** Giải phương trình một ẩn vừa nhận được, từ đó suy ra nghiệm của hệ đã cho.

**2. Cách giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số**

 Để giảimột hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn có hệ số của cùng một ẩn nào đó trong hai phương trình bằng nhau hoặc đối nhau, ta có thể làm như sau: O10-2024-GV154 O10-2024-GV147

 **Bước 1.** Cộng hay trừ từng vế của hai phương trình trong hệ để được phương trình chỉ còn chứa một ẩn.

 **Bước 2.** Giải phương trình một ẩn vừa nhận được, từ đó suy ra nghiệm của hệ đã cho.

 **Chú ý: O10-2024-GV154O10-2024-GV147**Trường hợp trong hệ phương trình đã cho không có hai hệ số của cùng một ẩn bằng nhau hay đối nhau, ta có thể đưa về trường hợp đã xét bằng cách nhân hai vế của mỗi phương trình với một số thích hợp (khác 0) để hệ số của cùng một ẩn nào đó trong hai phương trình bằng nhau hoặc đối nhau

III. Ví dụ minh họa (4 ví dụ)

**Ví dụ 1: Giải các hệ phương trình sau: (bằng phương pháp thế)**

$a)\left\{\begin{array}{c}x-y=-1 (1)\\x-3y=7(2)\end{array};\right.$ b) $\left\{\begin{array}{c}3x-2y=7 (1)\\-x+2y=-1(2)\end{array}\right.$

Giải

a) Từ (1) ta có $x=y-1.$ Thế vào phương trình (2) của hệ, ta được

 $y-1-3y=7$ hay $-2y=8,$ suy ra $y=-4$. Từ đó $x=-4-1=-5$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(-5;-4)$

b) Từ (2) ta có $x=2y+1.$ Thế vào phương trình (1) của hệ, ta được

 $3(2y+1)-2y=7$ hay 4$y=4,$ suy ra $y=1$. Từ đó $x=2.1+1=3$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(3;1)$

**Ví dụ 2: Giải các hệ phương trình sau: (bằng phương pháp cộng đại số)**

$a)\left\{\begin{array}{c}2x-3y=-1\\x-3y=7\end{array};\right.$ b) $\left\{\begin{array}{c}3x-2y=9\\-x+2y=1\end{array}\right.$

Giải

a) Trừ từng vế hai phương trình của hệ, ta được:$x=-8$

 Thế $x=-8$ vào phương trình thứ hai của hệ đã cho, ta có$-8-3y=7$

 Suy ra $y=-5. $Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(-8;-5)$

b) Cộng từng vế hai phương trình của hệ, ta được: $2x=10$ hay $x=5$

 Thế $x=$5 vào phương trình thứ hai của hệ đã cho, ta có$-5+2y=1$

 Suy ra y$=3. $Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(5;3)$

**Ví dụ 3: Giải các hệ phương trình sau:**

$a)\left\{\begin{array}{c}2x-y=-1\\x-3y=7\end{array};\right.$ b) $\left\{\begin{array}{c}3x-2y=7\\-x+y=-1\end{array}\right.$

Giải

a)Nhân hai vế của phương trình thứ 2 với 2 ta được:

$$\left\{\begin{array}{c}2x-y=-1\\2x-6y=14\end{array}\right.$$

Trừ từng vế hai phương trình của hệ mới, ta được: $6y=-1$5 hay $y=-3$

 Thế $y=$3 vào phương trình thứ hai của hệ đã cho, ta có$x-3.(-3)=$7

 Suy ra $x=-2. $Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(-2;-3)$

b)Nhân hai vế của phương trình thứ hai với 2 ta được:

$$\left\{\begin{array}{c}3x-2y=7\\-2x+2y=-2\end{array}\right.$$

Cộng từng vế hai phương trình của hệ mới, ta được: $x=$5

 Thế $x=$5 vào phương trình thứ hai của hệ đã cho, ta có$-5+y=-1$

 Suy ra y$=4. $Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(5;4)$

IV. Bài tập tự luyện

**Bài 1.** Giải các hệ phương trình sau: O10-2024-GV154 O10-2024-GV147

a) b)

c) d)

e) f) g)

h) i)

d) e) f)

Giải

a) Trừ từng vế hai phương trình của hệ, ta được:  hay 

 Thế  vào phương trình thứ hai của hệ đã cho, ta có$2x-3.1=0$

 Suy ra $x=1,5. $Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(1,5;1)$



b) Chia hai vế của phương trình thứ 2 cho 0,4 ta được:



Cộng từng vế hai phương trình của hệ mới, ta được: hay 

 Thế  vào phương trình thứ hai của hệ mới, ta có 

Vậy hệ phương trình có nghiệm là 

c) Cộng từng vế hai phương trình của hệ, ta được:  hay 

 Thế vào phương trình thứ hai của hệ đã cho, ta có

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(7;5)$

**Bài 2.** Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số: O10-2024-GV154 O10-2024-GV147

a) b) c)

d) e) f)

g) h) i)

**DẠNG 2: GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH CÓ CHỨA DẤU CĂN**

**A. Kiến thức: Các bước giải hệ phương tình chứa dấu căn:**

*-* Tìm điều kiện xác định của hệ phương trình.

- Giải hệ theo các phương pháp: cộng đại số, phương pháp thế hoặc có thể đặt ẩn phụ.

- So sánh giá trị của biến vừa tìm được với đkxđ, từ đó kết luận nghiệm của hệ phương tình.

**B. Ví dụ:**

**Ví dụ 1:** Giải hệ phương trình: 

**Bài giải**: Điều kiện xác định: .

|  |  |
| --- | --- |
| **Cách 1**:    suy ra do đó  Vậy KL: Hệ phương trình có nghiệm:  | **Cách 2**: Đặt hệ phương trình trở thành: Giải hệ (I) tìm được Suy ra  Vậy  KL: … |

**Ví dụ 2:** Giải hệ phương trình .

**Bài giải**: Điều kiện xác định: .

|  |  |
| --- | --- |
| Cách 1:       suy ra do đó  KL: Hệ phương trình có nghiệm  | Cách 2: Đặt Hệ pt trở thành: Nên suy raDo đó  (TM)Vậy hay  KL: … |

**Ví dụ 3:** Giải hệ phương trình  .

**Bài giải:** Điều kiện xác định: .

Đặt . Điều kiện:  và .

Ta có hệ: 

 (thỏa mãn ) hoặc  (loại). Khi đó  và  là nghiệm của phương trình bậc hai: .

Vậy hệ phương trình có nghiệm là (x; y) 

**C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

**Bài 1:** Giải các hệ phương trình sau:

a) ; b); c) $\left\{\begin{matrix}\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}}=2\\\frac{3}{\sqrt{x}}-\frac{2}{\sqrt{y}}=1.\end{matrix}\right.$ d)  e)  f) ****

g)  h) ; i)  $\left\{\begin{matrix}3\sqrt{x-1}-2\sqrt{y-1}=4\\2\sqrt{x-1}+\sqrt{y-1}=5.\end{matrix}\right.$

**Bài 2:** Giải các hệ phương trình sau:

a) **** ; b); c) 

d) **** e) **** f) **** g) 

**Bài 3: Giải các hệ phương trình sau:**

a) $\left\{\begin{matrix}2\left(x^{2}-2x\right)+\sqrt{y+1}=0\\3\left(x^{2}-2x\right)-2\sqrt{y+1}=-7\end{matrix}\right.$; b) 

**HƯỚNG DẪN VÀ ĐÁN ÁP:**

**Bài 1: Giải các hệ phương trình sau**

|  |  |
| --- | --- |
| a) ; (I) Điều kiện xác định: C1: Từ (I) Có  Suy ra  Suy ra  Suy ra  Suy ra  Vậy KL: Nghiệm hpt: (x; y) = (0; 2)C2: Đặt Hệ (I) trở thành:  (I’)Giải hệ (I’) được  (TM)Từ đó tìm được x, y  Các phần còn lại làm tương tự như phần a | b); **ĐA: (x; y) = (2; 8)** c)$\left\{\begin{matrix}\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}}=2\\\frac{3}{\sqrt{x}}-\frac{2}{\sqrt{y}}=1.\end{matrix}\right.$**ĐA: (x; y) = (- 2; 3)** d)  **ĐA: (x; y) = (1; 5)** e) **ĐA: (x; y) = (1; 11)**f)  **ĐA: (x; y) = (5; 2)**g)  **ĐA: (x; y) = (4; 25)**h) ; **ĐA: (x; y) = (3; 3)**i) **ĐA: (x; y) = (3; - 2)**  |
| **Bài 2:** Giải các hệ phương trình sau:a) **(I)****ĐKXĐ:** . Từ (I) ta có: **suy ra** (TM)Kl: Nghiệm hpt là: (x; y) = (3; 2)Các phần sau làm tương tự như phần ab)**ĐKXĐ:** . Từ hpt (b) có:ĐA: (x; y) = ( -14; 16)  | c)  ĐKXĐ: x, y > 0 Gợi ý: Đặt a =  (a  0). **ĐA: (x; y) = ( 1; 16)** d)  ĐKXĐ:  **ĐA: (x; y) = ( 1; 1)**  e)Ta có **suy ra** **ĐA: (x; y) = (6; 8)**f)  **ĐA: (x; y) = (16; 30)** g) **ĐA: (x; y) = (- 6; 3)** |
| **Bài 3: Giải các hệ phương trình sau:** |
| 1. $\left\{\begin{matrix}2\left(x^{2}-2x\right)+\sqrt{y+1}=0\\3\left(x^{2}-2x\right)-2\sqrt{y+1}=-7\end{matrix}\right.$

Đkxđ: y  - 1. Đặt x2 – 2x = a;   = b ( b 0) hệ pt trở thành: suy ra Vậy  hay Từ đó suy ra  KL: …  | b)  Đkxđ: x0; y  0. Đặt  = a;  = b(Đk a 0; b 0) hệ pt trở thành: giải hệ này được  và  Thay vào tìm được nghiệm hpt ban đầu là:(x; y)   |

 DẠNG III: GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU

I. Tóm tắt lý thuyết

1) Hệ phương trình chứa ẩn ở mẫu có dạng $\left\{\begin{array}{c}\frac{A(x)}{M(x)}+\frac{B(x)}{N(x)}=a\\\frac{C(x)}{M(x)}+\frac{D(x)}{N(x)}=b\end{array}\right.$

2) Cách giải:

Cách 1: Đặt điều kiện của phương trình ; Nếu hệ đơn giản giải bằng phương pháp thế hoặc cộng đại số

Cách 2: Phương pháp đặt ẩn phụ:

*Bước 1:* Đặt điều kiện của phương trình.

*Bước 2:* Đặt ẩn phụ, điều kiện của ẩn phụ. Đưa hệ ban đầu về hệ mới.

*Bước 3:* Giải hệ mới tìm ẩn phụ.

*Bước 4:* Thay giá trị vào ẩn phụ tìm *x* và *y*.

*Bước 5:* Kết luận.

3) Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Giải hệ phương trình $\left\{\begin{matrix}\frac{3}{x}-\frac{4}{y}=2\\\frac{4}{x}-\frac{5}{y}=3\end{matrix}\right.$

Điều kiện xác định: $x\ne 0;y\ne 0$

Đặt $a=\frac{1}{x};b=\frac{1}{y}$

Ta có hệ: $\left\{\begin{array}{c}3a-4b=2 (1)\\4a-5b=3 \left(2\right)\end{array}\right.$ => : $\left\{\begin{array}{c}12a-16b=8\\12a-15b=15\end{array}\right.$

Trừ theo vế được b = 7 thế vào (1) được 3a – 4.7 = 2

 a=10

ta có $\left\{\begin{array}{c}\frac{1}{x}=10\\\frac{1}{y}=7\end{array}\rightarrow \left\{\begin{array}{c}x=\frac{1}{10}\\y= \frac{1}{7}\end{array}\right.\right.$ (tmđk) Vậy hệ có nghiệm (x;y) = $\left(\frac{1}{10};\frac{1}{7}\right)$

Ví dụ 2: Giải hệ phương trình: $\left\{\begin{matrix}7x+9y=4xy\\\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=1\end{matrix}\right.$

Điều kiện xác định: $x\ne 0;y\ne 0$

Xét pt (1) chia hai vế cho xy được $\frac{7x}{xy}+\frac{9y}{xy}=4$ hay $\frac{7}{y}+\frac{9}{x}=4$

Hệ trở thành $\left\{\begin{array}{c}\frac{7}{y}+\frac{9}{x}=4\\\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=1\end{array}\right.$ giải giống ví dụ 1 được

 $\left\{\begin{array}{c}\frac{1}{x}=\frac{11}{16}\\\frac{1}{y}=\frac{-5}{16}\end{array}\rightarrow \left\{\begin{array}{c}x=\frac{16}{11}\\y= \frac{16}{-5}\end{array}\right.\right.$ (tmđk ) Vậy hệ có nghiệm (x;y) = $\left(\frac{16}{11};\frac{-16}{5}\right)$

**Ví dụ 3:** Giải hệ phương trình: .

**Giải chi tiết**

Điều kiện xác định: .

Đặt  .

Ta có hệ:  (thỏa mãn).



.

Vậy hệ phương trình có nghiệm là .

**Ví dụ 4:** Giải hệ phương trình: .

**Giải chi tiết**

Nhận xét: Cả hai phương trình đều có  nên đặt được ẩn phụ.

Ta biến đổi: . Vậy đặt .

Điều kiện xác định:  và .

Đặt .

Ta có hệ:  (thỏa mãn).

 (thỏa mãn).

Vậy hệ phương trình có nghiệm là .

Bài tập 1: Giải hệ phương trình  ĐK: $x \ne \pm y$

Đặt: a =  ; b = 

Ta có hpt:   (tmddk) Vậy hệ có nghiệm (x;y) = (24;3)

b)  **ĐS:** .

c)  **ĐS:** .

d)  **ĐS:** .

e)  **ĐS:** .

f)  **ĐS:** .

g)  **ĐS:** .

Bài 2: Bài tập tự luyện

$1. \left\{\begin{matrix}\frac{3}{x}-\frac{4}{y}=2\\\frac{4}{x}-\frac{5}{y}=3\end{matrix}\right.$ 2. $\left\{\begin{matrix}\frac{3}{x}-\frac{1}{y}=7\\\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=8\end{matrix}\right.$ 3. $\left\{\begin{matrix}\frac{2}{x}-\frac{1}{y}=1\\\frac{1}{x}+\frac{2}{y}=8\end{matrix}\right.$ 4.$\left\{\begin{matrix}\frac{15}{x}-\frac{7}{y}=9\\\frac{4}{x}+\frac{9}{y}=35\end{matrix}\right.$

 5. $\left\{\begin{matrix}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{3}{4}\\\frac{1}{6}⋅\frac{1}{x}+\frac{1}{5}⋅\frac{1}{y}=\frac{2}{15}\end{matrix}\right.$ 6. $\left\{\begin{matrix}\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=1\\\frac{3}{x}+\frac{4}{y}=5\end{matrix}\right.$ 7.$\left\{\begin{matrix}\frac{-1}{x}+\frac{3}{y}=-10\\\frac{1}{x}-\frac{5}{y}=16\end{matrix}\right.$ 8. $\left\{\begin{matrix}\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=1\\\frac{3}{x}+\frac{4}{y}=5\end{matrix}\right.$ 8.$\left\{\begin{matrix}\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=7\\\frac{-1}{x}+\frac{2}{y}=4\end{matrix}\right.$

9. $\left\{\begin{matrix}\frac{2}{x-2}+\frac{2}{y-1}=2\\\frac{2}{x-2}-\frac{3}{y-1}=1\end{matrix}\right.$ 10. $\left\{\begin{matrix}\frac{2}{x-1}+\frac{4}{3y+1}=6\\\frac{-5}{x-1}+\frac{8}{3y+1}=3\end{matrix}\right.$

**Dạng 4: Giải hệ pt có chứa tham số**

**I. Tóm tắt lý thuyết**

Cho hệ phương trình bậc nhất hai ẩn $\left\{\begin{array}{c}ax+by=c \\a^{'}x+b^{'}y=c^{'} \end{array} (I)\right.$

**II. Phương pháp giải**

1. Để giải hệ phương trình (I) ta thường sử dụng phương pháp thế hoặc phương pháp cộng đại số.
2. Từ hai phương trình của hệ phương trình (I), sau khi sử dụng phương pháp thế hoặc phương pháp cộng đại số, ta thu được một phương trình mới ( một ẩn). Khi đó số nghiệm của phương trình mới bằng số nghiệm của hệ phương trình đã cho.

+) Nếu $a\ne 0$ thì (I) có nghiệm $x=\frac{b}{a} $ suy ra y = ?

+) Nếu $a=0$ thì (I) có 0x = b :

 -) $b=0 $thì hệ phương trình vô số nghiệm

 -) $b\ne 0$ thì hệ phương trình vô nghiệm

1. Biện luận theo hệ số $a;a^{'};b;b'$ :

+) $\frac{a}{a'}\ne \frac{b}{b'}$ thì hệ phương trình có nghiệm duy nhất

+) $\frac{a}{a^{'}}=\frac{b}{b^{'}}\ne \frac{c}{c^{'}} $thì hệ phương trình vô nghiệm

+) $\frac{a}{a^{'}}=\frac{b}{b^{'}}=\frac{c}{c^{'}} $ thì hệ phương trình vô số nghiệm

1. Các dạng toán:

**Dạng 1:** Giải hệ phương trình khi biết giá trị tham số

*Cách giải :* Thay giá trị của tham số vào hệ phương trình rồi giải hệ phương trình

**Dạng 2 :** Tìm giá trị tham số khi biết nghiệm của hệ phương trình

*Cách giải :* Cho hệ phương trình có nghiệm 

Thay x = x0 ; y = y0 lần lượt vào (1) , (2) rồi giải

**Dạng 3 :** Giải và biện luận hệ phương trình có chứa tham số

 Cách giải : - Quy về phương trình bậc nhất một ẩn : Từ một phương trình của hệ tìm y theo x rồi thay vào phương trình thứ hai để được phương trình dạng

ax = b

* Biện luận :

\*Nếu a0 thì x = , thay vào biểu thức của x tìm y , lúc đó hệ có nghiệm duy nhất.

\*Nếu a = 0 ta có 0.x =b

 b = 0 thì hệ có vô số nghiệm , nếu b0 thì hệ vô nghiệm

**Dạng 4 :** Tìm giá trị tham số thỏa mãn dấu các nghiệm của hệ phương trình

**Cách giải** :

- giải hệ phương trình theo tham số m

- Tìm m thỏa mãn dấu các nghiệm của hệ phương trình

**Dạng 5 :**Tìm giá trị tham số để phương trình có nghiệm nguyên

 Cách giải: Chú ý Z m Ư(a)

**Dạng 6 :** Tìm giá trị tham số để biểu thức liên hệ giữa x và y nhận giá trị lớn nhất nhỏ nhất

 *Cách giải:* Nhận xét**: Để tìm GTNN của A ta cần +** chứng minh AK Với K là hằng số

+Chỉ ra dấu “ =” có thể xảy ra với giá trị nào đó của biến

\* Đế tìm GTLN của A ta cần

+ Chứng minh AK Với K là hằng số

+Chỉ ra dấu “ =” có thể xảy ra với giá trị nào đó của biến

Chú ý: ***- Để giải các bài toán liên quan trước hết các em phải giải hệ PT tìm nghiệm theo tham số rồi tùy vào yêu cầu của bài để vận dụng một trong các dạng mà ta đã học để giải quyết tiếp***

***-Ngoài các dạng trên còn một số dạng nữa chúng ta sẽ nghiên cứu ở các giờ học sau . Ở thời điểm này để giải hệ ta quy về pT bậc nhất một ẩn .Trong học kỳ 2 để giải HPT ta còn quy về PT bậc 2***

***Nhưng với HPTchứa tham số thì việc áp dụng phương pháp thế để giải là phương pháp ưu việt nhất***

**III. Ví dụ minh họa**

**Ví dụ 1:**

1. Cho hệ phương trình : 

Giải hệ phương trình với m = 1

**Giải**

Thay m = 1 vào hệ phương trình ta có hệ phương trình: 

Trừ từng vế của phương trình (3) và (4) ta được: 8y = 8 (5)

Giải phương trình (5): 8y = 8 suy ra y = 1

Thay y = 1 vào phương trình (3) ta được: x + 9 . 1 = 10 (6)

Giải phương trình (6): x + 9 . 1 = 10 suy ra x = 1

Vậy với m = 1 hệ phương trình có nghiệm (x;y)=(1;1)

b) Cho hệ phương trình  Tìm a, b để hệ có nghiệm (x ; y ) = ( -1 ; 3)

**Giải**

Để x = -1 ; y = 3 là nghiệm của hệ phương trình nên ta có : 

Trừ từng vế của hai phương trình (1) và (2) ta được: -3b = -2 (3)

Giải phương trình (3): -3b = -2 suy ra b = $\frac{2}{3}$

Thay b = $\frac{2}{3}$ vào phương trình (1) ta được: -a + 3. $\frac{2}{3}$ = 5 (4)

Giải phương trình (4): -a + 3. $\frac{2}{3}$ = 5

 -a + 2 = 5

 a = 3

Vậy với a = 3 và b = $\frac{2}{3}$ thì hệ có nghiệm (x ; y ) = ( -1 ; 3)

**Ví dụ 2:**

a) Cho hệ phương trình  Giải và biện luận theo hệ số m ?

**Giải**

Từ phương trình (1) ta có: y = 2 – mx (3)

 Thay (3) vào phương trình (2) ta được: 2x – 2 +mx =1

Suy ra (2 +m)x =3 (4)

\* Nếu 2 + m 0 suy ra m -2 PT(4) có nghiệm duy nhất suy raHPT có nghiệm duy nhất

Từ (4) suy ra x = thay vào (1) ta được: y = 

\* Nếu 2 + m = 0 ta có 0.x = 3 nên phương trình vô nghiệm suy ra HPT vô nghiệm

1. Cho hệ phương trình 

Tìm m để x > 0 ; y < 0

**Giải**

Từ phương trình (1) ta có: x = 2 – my (3)

Thay vào phương trình (2) ta được: m(2 – my) -2y = 1 hay 2m – m2y -2y = 1 hay (m2 +2 ) y = 2m - 1 (4)

Do m2 +2 > 0 với mọi m nên từ PT (4) suy ra: y = 

Thay y =  vào (3) ta có x = 2 – m

Hệ phương trình đã cho có nghiệm

 Với m = … = 

Để x > 0 , y < 0 thì  hay  hayhay (Vì a2+2 >0 )

Hệ phương trình đã cho có nghiệm x > 0 , y < 0 khi 

**Ví dụ 3:** Cho hệ phương trình 

a) Tìm các giá trị của m để hệ pt có nghiệm duy nhất

b) Trường hợp hệ PT có nghiệm duy nhất , tìm các số nguyên m để x ; y là số nguyên x nguyên , y nguyên khi nào ?

**Giải**

Từ PT (1) ta có: y = 1 – x (3)

Thay (3) vào PT (2) ta được: mx – (1 – x) = 2m hay (m + 1)x = 2m+1 (4)

Hệ PT có nghiệm duy nhất khi m -1

b) Với m -1, từ PT (4) ta có: x = 

Thay  vào (3)ta được y = 1- 

Để x ;y là số nguyên thì m +1Ư(1).

Ta có

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| m+1 | -1 | 1 |
| m | -2 | 0 |
| x | 3 | 1 |
| y | -2 | 0 |

Vậy m = -2 hoạc m = 0 thì x; y nguyên

**Ví dụ 4:** Cho hệ phương trình 

a) Chứng minh hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất với mọi m

b) Tìm m để biểu thức P= x2 + 3y + 4 nhận giá trị nhỏ nhất

**Giải**

Từ PT (1) ta có: y = mx – m2 (\*)

Thay vào PT (2) ta được : 2x + m(mx – m2) = m2 + 2m + 2 hay 2x + m2x – m3 = m2 + 2m + 2 hay (2 + m2)x = (m + 1)(m2 + 2) (3)

a.Ta có 2 + m2 > 0 với mọi m nên hệ phương trình có nghiệm duy nhất với mọi m

b. Từ (3) ta có: x = m + 1 thay vào (\*)

Suy ra y = m(m + 1) – m2 = m

Thay x = m + 1 ; y = m vào

P= x2 + 3y +4 ta được :

P= (m + 1)2 + 3m + 4

 P = m2 + 5m + 5

 P = (m2 + 2..m +) - 

 P = ( m + )2  -   - 

Dấu “ = ” xảy ra khi và chỉ khi m = -

 Khi đó Pmin = -

**IV. Bài tập tự luyện (8 bài tập) có đáp án**

**Bài 1:** Cho hệ phư­ơng trình: 

a) Giải hệ ph­ơng trình khi m = 2

b) Giải hệ phư­ơng trình theo tham số m

c) Tìm m để hệ phư­ơng trình có nghiệm (x; y) thoả mãn x - y = 1

d) Tìm hệ thức liên hệ giữa x và y không phụ thuộc vào m.

***Đáp án:***

a) Vậy với m = 2 thì hệ ph­ương trình có một nghiệm duy nhất là ( x ; y) = ( 0 ; 1)

 b) Nếu m =  thì hệ ph­ương trình vô nghiệm

 Nếu m   thì hệ phư­ơng trình có một nghiệm duy nhất

1. Vậy với m = 0 thì hệ phư­ơng trình trên có nghiệm thoả mãn điều kiện: x - y = 1
2. Vậy , đây là đẳng thức liên hệ giữa x và y không phụ thuộc vào m.

**Bài 2:** Cho hệ phư­ơng trình: $\left\{\begin{array}{c}\left(m-1\right)x+y=m\\x+\left(m-1\right)y=2\end{array}\right.$ có nghiệm duy nhất (x ; y)

a) Giải hệ phư­ơng trình khi m = 3

b) Tìm hệ thức liên hệ giữa x và y không phụ thuộc vào m.

c) Giải và biện luận hệ theo m, trong trư­ờng hợp hệ có nghiệm duy nhất tìm giá trị của m thoả mãn: 2x2 - 7y = 1

d) Tìm các giá trị của m để biểu thức $\frac{2x-3y}{x+y}$ nhận giá trị nguyên.

***Đáp án:*** a) Vậy với m = 3 thì hệ ph­ương trình có một nghiệm duy nhất $\left(x;y\right)=\left(\frac{4}{3};\frac{1}{3}\right)$

 b) Vậy $x^{2}-y^{2}-3x+y+2=0$ là đẳng thức liên hệ giữa x và y không phụ thuộc vào m.

 c) Vậy với m = 1 thì hệ ph­ương trình trên có nghiệm thoả mãn điều kiện:

2x2 - 7y = 1

 d) Vậy với các giá trị $m\in \left\{-7;-3;-13\right\}$ thì giá trị của biểu thức $\frac{2x-3y}{x+y}$ nhận giá trị nguyên.

**Bài 3:** Cho hệ phư­ơng trình $\left\{\begin{array}{c}mx+y=5(1)\\2mx+3y=6 (2)\end{array}\right.$ Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất thoả mãn: (2m – 1)x + (m + 1)y = m (3)

***Đáp án:*** Vậy với m = 1 hoặc m = $\frac{9}{5}$ thì hệ phương trình có nghiệm duy nhất thoả mãn (2m – 1)x + (m + 1)y = m

**Bài 4:** Cho hệ pt: $\left\{\begin{array}{c}\left(m+2\right)x+2y=5\\mx-y=1\end{array}\right.$ Tìm $m\in $**Z** để hệ có nghiệm duy nhất là các số nguyên

***Đáp án:*** Kết luận: mZ để hệ có nghiệm nguyên là m = -3 hoặc m = -1

**Bài 5:** Cho hệ phương trình $\left\{\begin{array}{c}\left(m-3\right)x+y=2\\mx+2y=8\end{array}\right.$ Tìm m để hệ có nghiệm nguyên

***Đáp án:*** Kết luận: Để hệ có nghiệm nguyên thì $m\in \left\{5;7;4;8;2;10\right\}$

**Bài 6:** Cho hệ phương trình $\left\{\begin{array}{c}mx-y=m^{2}\\2x+my=m^{2}+2m+2\end{array}\right.$

a) Chứng minh rằng hệ phư­ơng trình luôn có nghiệm duy nhất với mọi m

b) Tìm m để biểu thức: x2 + 3y + 4 nhận GTNN. Tìm giá trị đó.

**Đáp án:** a) Vậy hệ ph­ương trình luôn có nghiệm duy nhất với mọi m

 b) Vậy Min(x2 + 3y + 4) =$\frac{-5}{4}$ khi m = $\frac{-5}{2}$

**Bài 7:** Cho hệ phư­ơng trình : $\left\{\begin{array}{c}3mx-y=6m^{2}-m-2\\5x+m=m^{2}+12\end{array}\right.$

Tìm m để biểu thức: A = 2y2 – x2 nhận GTLN. Tìm giá trị đó

***Đáp án:*** Vậy MaxA = 16 khi m = 2

**Bài 8:** Tìm giá trị của tham số m để hệ phư­ơng trình $\left\{\begin{array}{c}\left(m+1\right)x-y=m+1\\x+\left(m-1\right)y=2\end{array}\right.$

 có nghiệm duy nhất thỏa mãn điều kiện x + y đạt giá trị nhỏ nhất

***Đáp án:*** Min (x + y) = $\frac{7}{8}$ khi m = - 4

**DẠNG 4: GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI**

1. **Tóm tắt lí thuyết:**
* Nhắc lại về giá trị tuyệt đối:

**+** Với số x, ta có: $\left|x\right|= \left\{\begin{array}{c}x nếu x \geq 0\\-x nếu x<0\end{array}\right.$

**+** Tương tự như vậy với đa thức ta cũng có: $\left|f(x)\right|= \left\{\begin{array}{c}f\left(x\right) nếu f(x) \geq 0\\-f(x) nếu f(x)<0\end{array}\right.$

**-** Hệ phương trình có chứa ẩn x , y bên trong dấu giá trị tuyệt đối được gọi là hệ phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối.

**II.** **Phương pháp giải:**

***Phương pháp 1: Dùng định nghĩa xét trường hợp để bỏ dấu giá trị tuyệt đối rồi giải.***

- Bước 1: Xét trường hợp bỏ dấu giá trị tuyệt đối để đưa hệ phương trình về dạng hệ phương trình không chứa dấu giá trị tuyệt đối.

- Bước 2: Giải hệ phương trình thu được.

- Bước 3: Đối chiếu điều kiện kết luận nghiệm của hệ.

***\* Phương pháp 2: Đặt ẩn phụ***

- Bước 1: Đặt các biểu thức tương đồng trong 2 phương trình bằng ẩn mới.

- Bước 2: Giải hệ phương trình chứa ẩn mới

- Bước 3: Thay nghiệm của ẩn mới vào tìm nghiệm của ẩn ban đầu.

- Bước 4: Đối chiếu điều kiện, kết luận nghiệm.

\* ***Phương pháp 3: Dùng các phương pháp biến đổi đưa hệ phương trình về dạng phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối chỉ có 1 ẩn.***

- Bước 1: Dùng phương pháp thế ( cộng đại số) để đưa hệ phương trình về dạng phương trình một ẩn có chứa dấu giá trị tuyệt đối .

- Bước 2: Giải phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối

- Bước 3: Thay nghiệm ở bước 2 vào một trong 2 phương trình rồi tìm nghiệm còn lại.

- Bước 4: Đối chiếu điều kiện, kết luận nghiệm.

**III. Các ví dụ minh họa:**

***\* Ví dụ 1***: Giải hệ phương trình : 

- Trường hợp 1: Nếu thì , khi đó hệ phương trình trở thành:

$\left\{\begin{array}{c}x+4y=18 \left(1\right)\\3x+y=10 (2)\end{array}\right.$

Nhân hai vế của phương trình (1) với cố 3 ta được hệ phương trình:

$\left\{\begin{array}{c}3x+12y=54 \left(3\right)\\3x+ y=10 (4)\end{array}\right.$

Trừ hai vế của phương trình (3) và (4) ta được:



Thay y = 4 vào phương trình (1) ta được :

 $x+4.4 =18$

 $x =2 $( TMĐK)

-Trường hợp 2: Nếu thì $\left|x\right|=-x$ khi đó hệ phương trình trở thành:



Nhân hai vế của phương trình (1) với số 3 ta được hệ phương trình:



Cộng hai vế của phương trình (3) và (4) ta được:



Thay  vào phương trình (1) ta được:

 

 (K TMĐK)

Vậy hệ phương trình có nghiệm: 

***\*Ví dụ 2:*** Giải hệ phương trình: 

-Trường hợp 1: Nếu thì khi đó hệ phương trình trở thành:



Trừ từng vế của phương trình (1) và (2) ta được:

 

Thay  vào phương trình (2) ta được:

 

  ( TMĐK)

-Trường hợp 2: Nếu $x<2 $thì khi đó hệ phương trình trở thành:



Cộng từng vế của phương trình (1) và (2) ta được:

 

Thay  vào phương trình (1) ta được:

 

  ( TMĐK)

Vậy hệ phương trình có nghiệm: ( 8; 5 ); ( 0; 1)

***\*Ví dụ 3***: Giải hệ phương trình: 

Đặt :  ( )Khi đó hệ phương trình trở thành:

 

Nhân hai vế của phương trình (1) với số 2 ta được:

 

Cộng từng vế của phương trình (3) và (4) ta được:

 

Thay và phương trình (1) ta được:

 

  ( TMĐK)

Với 

Với  

Vậy hệ phương trình có nghiệm: (1; -1) ; ( 1; -3)

***\*Ví dụ 4***: Giải hệ phương trình: 

Từ phương trình (2):  (\*)

Thay và phương trình (1) ta được:

 

-TH1: Nếu thì khi đó phương trình (3) trở thành:

 

 ( K TMĐK)

-TH 2: Nếu $x<2 $thì  khi đó phương trình trở thành:

 

 

  ( TMĐK)

- Thay và (\*) ta được: 

Vậy hệ phương trình có nghiệm ( -3; 3) ; ( -3 ; -1)

**IV. Bài tập tự luyện:**

**Bài 1**: Giải các hệ phương trình sau:

   

**Bài 2**: Giải các hệ phương trình sau:

   

**Bài 3**: Giải các hệ phương trình sau:

 

 

**Bài 4:** Giải các hệ phương trình sau:

 

 

**Bài 5:** Giải các hệ phương trình sau:

 

 

**Bài 6:** Giải các hệ phương trình sau:

 

 

**Bài 7**: Giải các hệ phương trình sau:

##

 

**Bài 8**: Giải hệ phương trình

1.  b)  c) 

**V. Đáp án**

**Bài 1:**

1. Hệ phương trình có nghiệm ( 2; 3)
2. Hệ phương trình có nghiệm ( 1; 2) ; 
3. Hệ phương trình có nghiệm ( 2; 3) ; 
4. Hệ phương trình có nghiệm

**Bài 2:**

1. Hệ phương trình có nghiệm ( 2; 3); 
2. Hệ phương trình có nghiệm ( -1; 0)
3. Hệ phương trình có nghiệm ( 1; -1) ; 
4. Hệ phương trình có nghiệm

**Bài 3:**

1. Hệ phương trình có nghiệm : ( -2; -4) ; ( 2; 4); ( 2; -4); ( -2; 4)
2. Hệ phương trình có nghiệm : ( 3; -2) ; ( 3; -4); ( 1; -2); ( 1; -4)
3. Hệ phương trình có nghiệm : ( 0; 0) ; ( 0; 2); ( 2; 0); ( 2; 2)
4. Hệ phương trình có nghiệm : ( 1; 1) ; ( 1; -2); ( 5; 1); ( 5; -2)

**Bài 4:**

1. Hệ phương trình có nghiệm: ( -4; -2); (-4 ; 4)
2. Hệ phương trình có nghiệm: ( 5; 2); (5 ; -2)
3. Hệ phương trình có nghiệm: ( 3; 6); (-1 ; 6)
4. Hệ phương trình có nghiệm: ( 5; 2); ( 5 ; -3); (-5; 2) ; ( -5; -3)

**Bài 5:**

1. Hệ phương trình có nghiệm: ( 1; 2) ; (-5; 2)
2. Hệ phương trình có nghiệm: ( 3; 2); (1 ; 2)
3. Hệ phương trình có nghiệm: ; 
4. Hệ phương trình có nghiệm: ;

**Bài 6:**

1. Hệ phương trình có nghiệm: ( 3 ; -1); ( 3; -3); ( -1; 1); (-1; -3)
2. Hệ phương trình có nghiệm: ( 0; -1) ; ( 2; -1) ; ( 0; 3) ; ( 2; 3)
3. Hệ phương trình có nghiệm: ( 4 ; 11); ( 4; 7); ( -10; 11); (-10; 7)
4. Hệ phương trình có nghiệm: ; ;;

**Bài 7:**

1. Hệ phương trình có nghiệm: ; 
2. Hệ phương trình có nghiệm: 
3. Hệ phương trình có nghiệm : ( -3; 3) ; ( -3; -1)
4. Hệ phương trình có nghiệm : ( 4; 1); ( - 8; 1)

**Bài 8:**

1. Hệ phương trình có nghiệm: ; 
2. Hệ phương trình có nghiệm: ( 3; 2) ; ( -5; 2)
3. Hệ phương trình có nghiệm: (2; 0); (2; 2); ( 2; -2); ( -2; 0); ( -2; 2); (-2; -2)

………………………………………………