

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề số 1

Câu 1. (3,0 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $\sqrt{3}x - \sqrt{3} = \sqrt{3}$

b)
$$\begin{cases} x + y = 7 \\ -x + 2y = 2 \end{cases}$$

c) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

Câu 2. (2,0 điểm) Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là parabol (P)

- Vẽ đồ thị (P) trên hệ trục tọa độ
- Viết phương trình đường thẳng (d) có hệ số góc bằng -1 và cắt parabol (P) tại điểm có hoành độ bằng 1
- Với (d) vừa tìm được, tìm tọa độ giao điểm còn lại của (d) và (P)

Câu 3. (2,0 điểm)

Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2x + m - 1 = 0(*)$ với m là tham số

- Tìm tất cả các giá trị m để phương trình $(*)$ có nghiệm
- Tính theo m giá trị của biểu thức $A = x_1^3 + x_2^3$ với $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình $(*)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của A

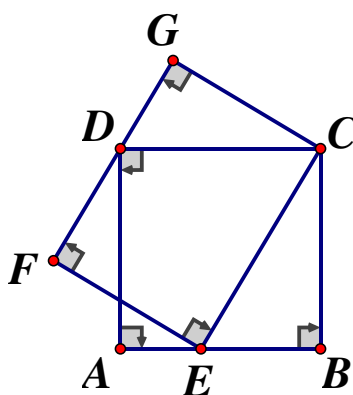
Câu 4. (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn và nội tiếp trong đường tròn (O) . Vẽ các đường cao AA', BB', CC' cắt nhau tại H

- Chứng minh rằng tứ giác $AB'HC'$ là tứ giác nội tiếp
- Kéo dài AA' cắt đường tròn (O) tại điểm D . Chứng minh rằng tam giác CDH cân

Câu 5. (1,0 điểm)

Cho $ABCD$ là hình vuông có cạnh $1dm$. Trên cạnh AB lấy một điểm E . Dựng hình chữ nhật $CEFG$ sao cho điểm D nằm trên cạnh FG . Tính S_{CEFG}



ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$a) \sqrt{3}x - \sqrt{3} = \sqrt{3} \Leftrightarrow x - 1 = 1 \Leftrightarrow x = 2. S = \{2\}$$

$$b) \begin{cases} x + y = 7 \\ -x + 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y = 9 \\ x = 7 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = 4 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (4; 3)$

c) Ta có:

$$x^4 - 3x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow x^4 - 4x^2 + x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2(x^2 - 4) + (x^2 - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 4)(x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4 = 0 \\ x^2 + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \\ x^2 = -1 (VN) \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = -2; x = 2$

Câu 2.

a) Học sinh tự vẽ parabol $y = x^2$

b) **Viết phương trình (d)**

Gọi phương trình đường thẳng (d): $y = ax + b$

Vì đường thẳng (d) có hệ số góc bằng -1 nên $a = -1$ nên (d): $y = -x + b$

Gọi giao điểm của (d) và parabol (P) là $M(1; y)$

Vì $M(1; y) \in (P)$ nên $y^2 = x^2 = 1 \Rightarrow M(1; 1)$

Mà $M(1; 1) \in (d) \Rightarrow 1 = -1 + b \Rightarrow b = 2$

Vậy phương trình đường thẳng (d): $y = -x + 2$

c) **Tìm tọa độ giao điểm còn lại**

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$x^2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x + 2) - (x + 2) = 0 \Leftrightarrow (x + 2)(x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow y = 4 \\ x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = 1 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm còn lại là $(-2; 4)$

Câu 3.

a) **Tìm m để phương trình (*) có nghiệm**

Xét phương trình $x^2 - 2x + m - 1 = 0 (*)$ có $\Delta' = (-1)^2 - 1 \cdot (m - 1) = 2 - m$

Để phương trình (*) có nghiệm thì $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 (\text{luôn đúng}) \\ 2 - m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 2$

Vậy với $m \leq 2$ thì phương trình (*) có nghiệm

b) **Tìm GTNN của A**

Áp dụng hệ thức Vi et vào phương trình (*) ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}$. Ta có:

$$A = x_1^3 + x_2^3 = x_1^3 + 3x_1^2x_2 + 3x_1x_2^2 + x_2^3 - (3x_1^2x_2 + 3x_1x_2^2)$$

$$= (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2) = 2^3 - 3(m-1) \cdot 2$$

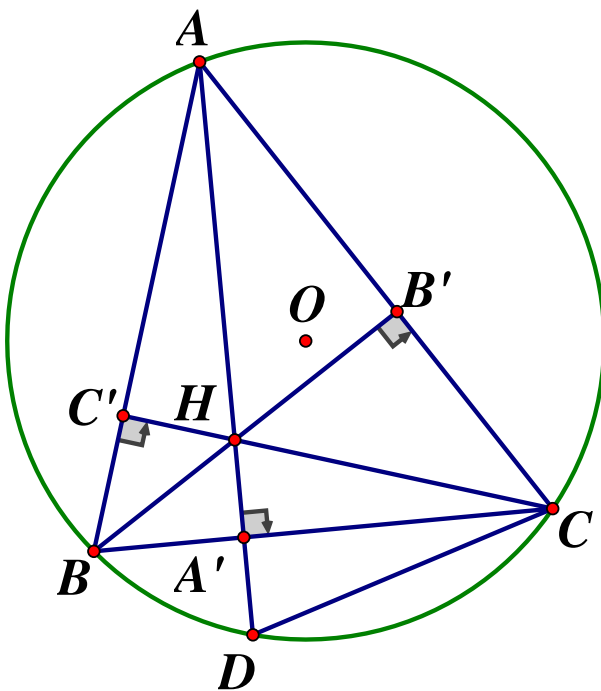
$$= 8 - 6m + 6 = 14 - 6m$$

Vì $m \leq 2$ nên ta có: $6m \leq 12 \Rightarrow 14 - 6m \geq 14 - 12 \Leftrightarrow A \geq 2$

Dấu "=" xảy ra khi $m = 2$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $A = 2 \Leftrightarrow m = 2$

Câu 4.



a) Chứng minh $AB'HC'$ là tứ giác nội tiếp

Ta có: $BB' \perp AC \Rightarrow \angle AB'H = 90^\circ$, $CC' \perp AB \Rightarrow \angle AC'H = 90^\circ$

Tứ giác $AB'HC'$ có: $\angle AB'H + \angle AC'H = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow AB'HC'$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh $\triangle CDH$ cân

Ta có: $\angle BAA' + \angle ABA' = 90^\circ$; $\angle BCC' + \angle ABA' = 90^\circ$

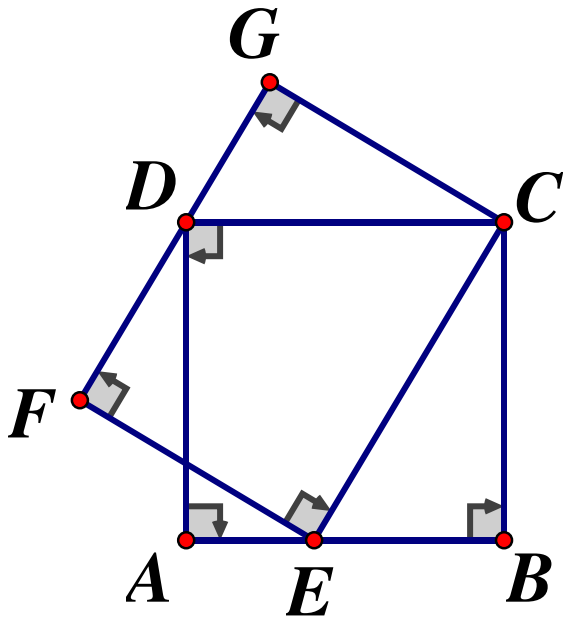
$$\Rightarrow \angle BAA' = \angle BCC'$$

Lại có: $\angle BAA' = \angle BCD$ (cùng chắn BD)

$$\Rightarrow \angle BCC' = \angle BCD (= \angle BAA')$$

Xét $\triangle CDH$ có CA' vừa là đường cao, vừa là đường trung tuyến nên là tam giác cân

Câu 5.



Ta có: $DCG = BEC$ (cùng phụ với DCE)

Xét $\triangle DCG$ và $\triangle ECB$ có: $G = B = 90^\circ$, $DCG = BEC$ (cmt)

$$\Rightarrow \triangle DCG \sim \triangle ECB \text{ (g - g)} \Rightarrow \frac{DC}{EC} = \frac{CG}{BC}$$

$$\Rightarrow EC \cdot CG = DC \cdot BC = 1 \cdot 1 = 1 \text{ (dm}^2\text{)}$$

$$\text{Vậy } S_{EFGC} = EC \cdot CG = 1 \text{ dm}^2$$

Bài 1. (3,5 điểm)

- a) Giải phương trình : $x^2 + 2x - 3 = 0$
- b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x + y = 1 \\ x - y = -5 \end{cases}$$
- c) Rút gọn biểu thức : $A = \frac{4}{3 - \sqrt{5}} - \frac{\sqrt{20}}{2} - 5$
- d) Giải phương trình : $\left(\frac{x+2}{x+1}\right)^2 - \frac{1}{x+1} - 3 = 0$

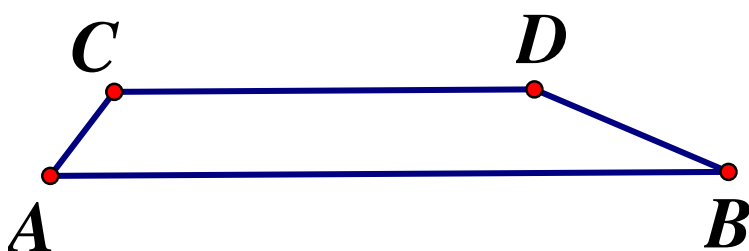
Bài 2. (2,0 điểm)

Cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d): y = mx - 2$ (với m là tham số)

- a) Vẽ parabol (P)
- b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 0$

Bài 3. (0,5 điểm)

Đoạn đường AB dài $5km$, thường xuyên bị ùn tắc nên thời gian xe mô tô đi hết đoạn đường này mất khoảng 30 phút. Do vậy người ta xây một tuyến đường mới trên cao đi từ A đến B qua C và D như hình vẽ



Hỏi mô tô đi từ A đến B trên tuyến đường mới tiết kiệm được khoảng bao nhiêu thời gian so với đi trên đường cũ ?

Bài 4. (3,5 điểm) Cho nửa đường tròn (O) có đường kính AB . Lấy điểm C thuộc cung AB sao cho $AC > BC$ (C khác $A, C \neq B$). Hai tiếp tuyến của nửa đường tròn (O) tại A và C cắt nhau ở M .

- a) Chứng minh tứ giác $AOCM$ nội tiếp
- b) Chứng minh $\angle AOM = \angle ABC$
- c) Đường thẳng đi qua C và vuông góc với AB cắt MO tại H . Chứng minh $CM = CH$

d) Hai tia AB và MC cắt nhau tại P, đặt $\angle COP = \alpha$

Chứng minh giá trị của biểu thức $\frac{(PA^2 - PC \cdot PM) \sin \alpha}{S_{MCP}}$ là một hằng số

Bài 5. (0,5 điểm)

Cho ba số thực dương a, b, c . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$P = \frac{1}{\sqrt{ab} + 2\sqrt{bc} + 2(a+c)} - \frac{2}{5\sqrt{a+b+c}}$$

ĐÁP ÁN

Bài 1.

a) Giải phương trình $x^2 + 2x - 3 = 0$

Phương trình có dạng $a + b + c = 1 + 2 - 3 = 0$ nên có hai nghiệm phân biệt:

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases} \quad \text{Vậy } S = \{-3; 1\}$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x + y = 1 \\ x - y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = -4 \\ y = 1 - 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \end{cases}$$

c) Rút gọn biểu thức

$$A = \frac{4}{3 - \sqrt{5}} - \frac{\sqrt{20}}{2} - 5 = \frac{4(3 + \sqrt{5})}{3^2 - 5} - \frac{2\sqrt{5}}{2} - 5 = \frac{4(3 + \sqrt{5})}{4} - \sqrt{5} - 5 = 3 + \sqrt{5} - \sqrt{5} - 5 = -2$$

Vậy $A = -2$

d) Giải phương trình $\left(\frac{x+2}{x+1}\right)^2 - \frac{1}{x+1} - 3 = 0$

Điều kiện: $x \neq -1$

$$\left(\frac{x+2}{x+1}\right)^2 - \frac{1}{x+1} - 3 = 0 \Leftrightarrow (x+2)^2 - (x+1) - 3(x+1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 - x - 1 - 3x^2 - 6x - 3 = 0 \Leftrightarrow -2x^2 - 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(2x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \quad (tm) \\ x = -\frac{3}{2} \quad (tm) \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{-\frac{3}{2}; 0\right\}$$

Bài 2.

a) Học sinh tự vẽ đồ thị hàm số

b) Tìm các giá trị m.....

Xét phương trình hoành độ giao điểm : $-x^2 = mx - 2 \Leftrightarrow x^2 + mx - 2 = 0(*)$

Phương trình (*) có: $\Delta = m^2 - 4.1.(-2) = m^2 + 8 > 0 (\forall m)$, do đó phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m . Nên đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 . Áp dụng định lý Vi - et ta có:

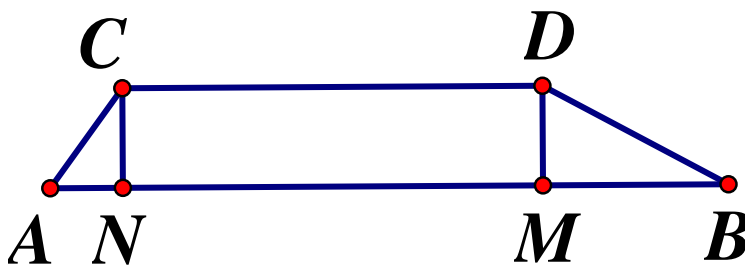
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1 x_2 = -2 \end{cases} \text{ Theo bài ra ta có:}$$

$$(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4 = 0$$

$$-2 + 2.(-m) + 4 = 0 \Leftrightarrow 2m = 2 \Leftrightarrow m = 1$$

Vậy $m = 1$

Bài 3.



Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của D và C trên AB

Áp dụng định lý Pytago cho $\triangle ACN$ vuông tại N ta có:

$$AN = \sqrt{AC^2 - CN^2} = \sqrt{0,3^2 - 0,03^2} = \sqrt{\frac{891}{10000}} = \frac{9\sqrt{11}}{100} (km)$$

Ta có: $CDMN$ là hình chữ nhật $\Rightarrow NM = CD = 4km$

$$\Rightarrow MB = AB - AN - MN = 5 - 4 - \frac{9\sqrt{11}}{100} = \frac{100 - 9\sqrt{11}}{100} (km)$$

Áp dụng định lý Pytago cho $\triangle BDM$ vuông tại M ta có:

$$DB = \sqrt{MB^2 + DM^2} = \sqrt{\left(\frac{100 - 9\sqrt{11}}{100}\right)^2 + 0,03^2} \approx 0,702 (km)$$

Thời gian mô tô đi hết quãng đường AC là: $t_1 = \frac{0,3}{10} = 0,03(h) = 1,8$ (phút)

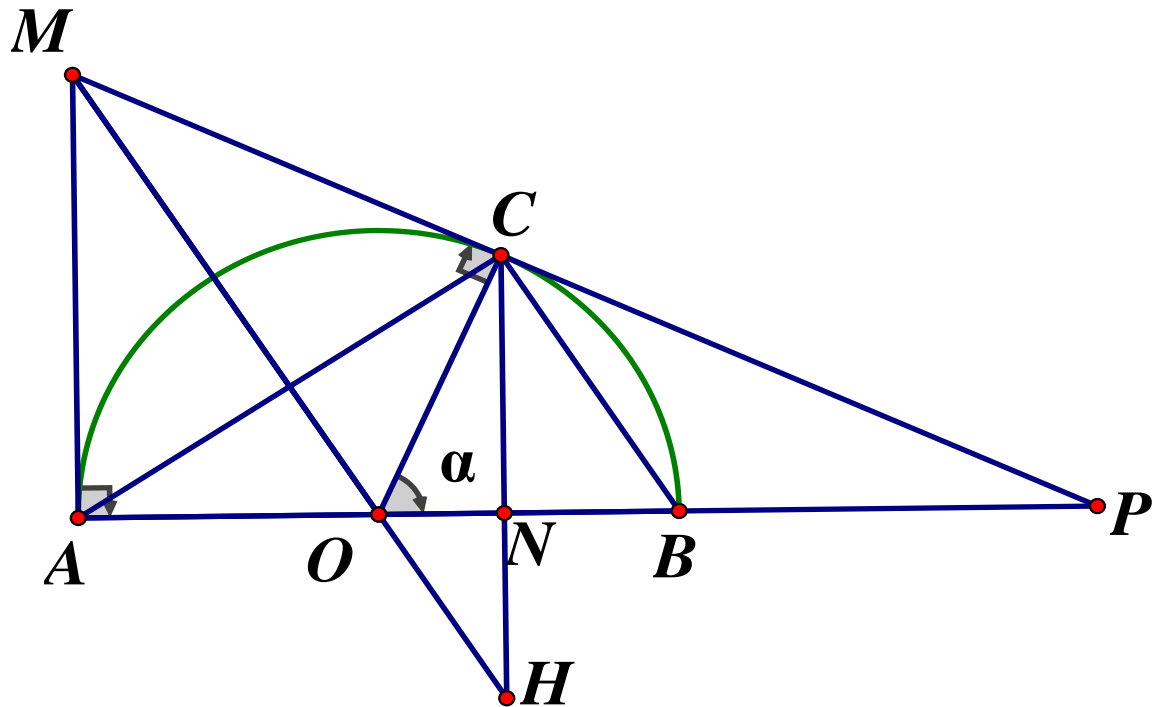
Thời gian mô tô đi hết quãng đường CD là: $t_2 = \frac{4}{30} = \frac{2}{15}(h) = 8$ (phút)

Thời gian mô tô đi hết quãng đường DB là: $t_3 = \frac{0,702}{35} \approx 0,02(h) = 1,2$ (phút)

Nên thời gian mô tô đi trên tuyến đường mới là: $1,8 + 8 + 1,2 = 11$ (phút)

Vậy thời gian mô tô đi trên tuyến đường mới tiết kiệm được: $30 - 11 = 19$ (phút)

Bài 4.



a) Chứng minh tứ giác $AOCM$ nội tiếp

Vì MA, MB là các tiếp tuyến của (O) nên $MAO = MCO = 90^\circ$

Xét tứ giác $AOCM$ có : $MAO + MCO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $AOCM$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $\angle AOM = \angle ABC$

Vì $AOCM$ là tứ giác nội tiếp (cmt) nên $\angle AOM = \angle ACM$ (hai góc nội tiếp cùng chắn AM). Lại có: $\angle ACM = \angle ABC$ (cùng chắn AC) $\Rightarrow \angle AOM = \angle ABC$

c) Chứng minh $CM = CH$

Gọi $CH \cap AB = \{N\}$

Theo ý b, ta có: $\angle AOM = \angle ABC$

Mà hai góc này ở vị trí đồng vị nên $OM \parallel BC$

$\Rightarrow BC \parallel MH \Rightarrow \angle CHM = \angle BCH = \angle BCN$ (1) (so le trong)

Ta lại có:

$\angle BCN + \angle ABC = 90^\circ$ (do $\triangle BCN$ vuông tại N)

$\angle CAB + \angle ABC = 90^\circ$ (phụ nhau) $\Rightarrow \angle BCN = \angle CAB$ (cùng phụ với $\angle ABC$)

Lại có: $\angle CAB = \angle CAO = \angle CMO = \angle CMH$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung OC)

$\Rightarrow \angle BCN = \angle CMH$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\angle CHM = \angle CMH \Rightarrow \triangle CMH$ cân tại C $\Rightarrow CH = CM$ (đpcm)

d) Chứng minh giá trị biểu thức ... là một hằng số

Xét $\triangle POC$ và $\triangle PMA$ có: APM chung; $PCO = \angle PMA (= 90^\circ) \Rightarrow \triangle POC \sim \triangle PMA (g.g)$

$$\Rightarrow \frac{PC}{PA} = \frac{PO}{PM} \Rightarrow PC \cdot PM = PO \cdot PA. \text{ Lại có: } S_{ACP} = \frac{1}{2} CN \cdot AP. \text{ Khi đó ta có:}$$

$$\frac{(PA^2 - PC \cdot PM) \sin \alpha}{S_{ACP}} = \frac{(PA^2 - PO \cdot PA) \sin \alpha}{\frac{1}{2} CN \cdot AP}$$

$$= \frac{PA \cdot (PA - PO) \sin \alpha}{\frac{1}{2} CN \cdot AP} = \frac{2 \cdot OA \cdot \sin \alpha}{CN}$$

Xét $\triangle OCN$ vuông ta có: $\sin \alpha = \frac{CN}{OC} = \frac{CN}{OA} \Rightarrow \frac{OA}{CN} = \frac{1}{\sin \alpha}$

$$\Rightarrow \frac{(PA^2 - PC \cdot PM) \sin \alpha}{S_{MCP}} = 2 \sin \alpha \cdot \frac{1}{\sin \alpha} = 2$$

Vậy $\frac{(PA^2 - PC \cdot PM) \sin \alpha}{S_{MCP}} = 2 = \text{constast} (dfcm)$

Bài 5. Xét biểu thức : $M = \sqrt{ab} + 2\sqrt{bc} + 2(a+c) = \sqrt{ab} + \sqrt{4bc} + 2(a+c)$

Áp dụng bất đẳng thức *Co - si* ta có:
$$\begin{cases} \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \\ \sqrt{4bc} \leq \frac{4b+c}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow M = \sqrt{ab} + \sqrt{4bc} + 2(a+c) = \frac{5(a+b+c)}{2}$$

$$P \geq \frac{2}{5} \left(\frac{1}{a+b+c} - \frac{1}{\sqrt{a+b+c}} \right)$$

Đặt $\frac{1}{\sqrt{a+b+c}} = t$

$$\Rightarrow P \geq \frac{2}{5} (t^2 - t) = \frac{2}{5} \left(t^2 - 2t \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) - \frac{1}{10} = \frac{2}{5} \left(t - \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{1}{10} \geq 0 - \frac{1}{10} = -\frac{1}{10}$$

Dấu "=" xảy ra
$$\begin{cases} a=b \\ 4b=c \\ \frac{1}{\sqrt{a+b+c}} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b=\frac{2}{3} \\ c=\frac{8}{3} \end{cases}$$

Vậy $\text{Min} P = -\frac{1}{10} \Leftrightarrow a=b=\frac{2}{3}; c=\frac{8}{3}$

Đề số 3

Phần I. TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Câu 1. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 5\text{cm}$, $AC = 12\text{cm}$. Độ dài cạnh BC bằng:

- A. $\sqrt{119}(\text{cm})$ B. $13(\text{cm})$ C. $17(\text{cm})$ D. $\sqrt{7}(\text{cm})$

Câu 2. Nếu $x \geq 3$ thì biểu thức $\sqrt{(3-x)^2} + 1$ bằng:

- A. $x - 4$ B. $x - 2$ C. $4 - x$ D. $x - 3$

Câu 3. Cho hàm số $y = ax^2$ (a là tham số khác 0). Tìm tất cả các giá trị của a để đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $M(-1; 4)$

- A. $a = -1$ B. $a = 4$ C. $a = -4$ D. $a = 1$

Câu 4. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $x^2 + 2x + 2m - 11 = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

- A. 6 B. 4 C. 7 D. 5

Câu 5. Giá trị của biểu thức $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$ bằng:

- A. 8 B. 16 C. 4 D. 2

Câu 6. Biết phương trình $x^2 + 2bx + c = 0$ có hai nghiệm $x_1 = 1$ và $x_2 = 3$. Giá trị của biểu thức $b^3 + c^3$ bằng

- A. 19 B. 9 C. -19 D. 28

Câu 7. Tìm tất cả các giá trị của a để biểu thức $\sqrt{a+2}$ có nghĩa là:

- A. $a \geq 2$ B. $a \geq -2$ C. $a > 2$ D. $a > -2$

Câu 8. Hàm số nào trong các hàm số cho dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$

- A. $y = 2020x + 1$ B. $y = \frac{1-x}{2}$ C. $y = -2020x + 3$ D. $y = 1 - 4x$

Câu 9. Cho hai đường thẳng $(d): y = 4x + 7$ và $(d'): y = m^2x + m + 5$ (m là tham số khác 0). Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d') song song với đường thẳng (d)

- A. $m = \pm 2$ B. $m = -2$ C. $m = 4$ D. $m = 2$

Câu 10. Biết hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y = 7 \\ x + 2y = -2 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $4x_0 + y_0 = 1$ B. $4x_0 + y_0 = 3$ C. $4x_0 + y_0 = -1$ D. $4x_0 + y_0 = 5$

Câu 11. Cho hàm số $y = 10x - 5$. Tính giá trị của y khi $x = -1$

- A. -5 B. 15 C. -15 D. 5

Câu 12. Căn bậc hai số học của 121 là:

A. -11

B. 11 và -11 C. 11

D. 12

Câu 13. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + 3y = m \end{cases}$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để

hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ thỏa mãn $3x_0 + 4y_0 = 2021$

A. $m = 2020$ B. $m = 2021$ C. $m = 2018$ D. $m = 2019$

Câu 14. Cho đường thẳng $(d): y = (m - 3)x + 2m + 7$ (m là tham số khác 3). Tìm tất cả các giá trị của m để hệ số góc của đường thẳng (d) bằng 3

A. $m = -2$ B. $m = -5$ C. $m = 6$ D. $m = 0$

Câu 15. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH , Biết $BC = 10\text{cm}$, $AH = 5\text{cm}$. Giá trị $\cos ACB$ bằng:

A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 16. Biết phương trình $x^2 + 2x - 15 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Giá trị của biểu thức $x_1 \cdot x_2$ bằng:

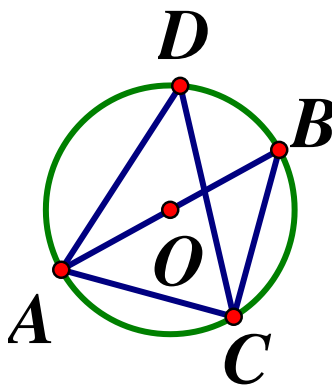
A. -2

B. 15

C. 2

D. -15

Câu 17. Trong hình vẽ bên dưới, hai điểm C, D thuộc đường tròn (O) đường kính AB và $\angle BAC = 35^\circ$. Số đo $\angle ADC$ bằng

A. 65° B. 35° C. 55° D. 45°

Câu 18. Cho đường tròn tâm O , bán kính $R = 10\text{cm}$. Gọi AB là một dây cung của đường tròn đã cho, $AB = 12\text{cm}$. Tính khoảng cách từ tâm O đến dây cung AB .

A. $8(\text{cm})$ B. $6(\text{cm})$ C. $2(\text{cm})$ D. $16(\text{cm})$

Câu 19. Tính giá trị biệt thức Δ của phương trình $2x^2 + 8x - 3 = 0$

A. $\Delta = 88$ B. $\Delta = -88$ C. $\Delta = 22$ D. $\Delta = 40$

Câu 20. Cho đoạn thẳng AC , B là điểm thuộc đoạn AC sao cho $BC = 3BA$. Gọi AT là một tiếp tuyến của đường tròn đường kính BC (T là tiếp điểm), $BC = 6\text{cm}$. Độ dài đoạn thẳng AT bằng:

A. $3(\text{cm})$ B. $6(\text{cm})$ C. $5(\text{cm})$ D. $4(\text{cm})$

Phần II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x - 3y = 10 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$

b) Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{x}{3\sqrt{x}-x} \right) : \frac{\sqrt{x}+3}{x-9}$ với $x > 0, x \neq 9$

Câu 2. (1,0 điểm) Cho phương trình: $x^2 - (m+1)x + 2m - 8 = 0(1)$, m là tham số

a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$x_1^2 + x_2^2 + (x_1 - 2)(x_2 - 2) = 11$$

Câu 3. (1,5 điểm) Một công ty X dự định điều động một số xe để chở 100 tấn hàng. Khi sắp khởi hành thì 5 xe được điều đi làm việc khác nên mỗi xe còn lại phải chở thêm 1 tấn hàng so với dự định. Tính số xe mà công ty X dự định điều động, biết mỗi xe chở khối lượng hàng như nhau ?

Câu 4. (2,0 điểm) Cho đường tròn tâm O, bán kính $R = 3cm$. Gọi A, B là hai điểm phân biệt cố định trên đường tròn $(O; R)$ (AB không là đường kính). Trên tia đối của tia BA lấy một điểm M (M khác B). Qua M kẻ hai tiếp tuyến MC, MD với đường tròn đã cho (C, D là hai tiếp điểm)

a) Chứng minh tứ giác OCMD nội tiếp trong một đường tròn

b) Đoạn thẳng OM cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm E. Chứng minh rằng khi

$$\angle CMD = 60^\circ \text{ thì E là trọng tâm của tam giác MCD}$$

c) Gọi N là điểm đối xứng của M qua O. Đường thẳng đi qua O vuông góc với MN cắt các tia MC, MD lần lượt tại các điểm P và Q. Khi M di động trên tia đối của tia BA, tìm vị trí của điểm M để tứ giác MPNQ có diện tích nhỏ nhất

Câu 5. (0,5 điểm) Cho hai số dương a, b thỏa mãn $a + 2b = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{ab} + \frac{3}{a^2 + 4b^2} \geq 14$$

ĐÁP ÁN

I. Trắc nghiệm

1B 2B 3B 4D 5C 6A 7B 8A 9B 10A
11C 12C 13D 14C 15D 16D 17C 18A 19A 20D

II. Tự luận

Câu 1.

$$a) \begin{cases} x - 3y = 10 \\ 2x + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 6y = 20 \\ 2x + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7y = -21 \\ x = \frac{-1-y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3 \\ y = \frac{-1+3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; -3)$

b) Điều kiện : $x > 0; x \neq 9$

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{x}{3\sqrt{x}-x} \right) : \frac{\sqrt{x}+3}{x-9} = \left(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} \right) \cdot \frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}{\sqrt{x}+3} \\ &= \frac{2\sqrt{x}-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} \cdot \frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}{\sqrt{x}+3} = \sqrt{x} \end{aligned}$$

Câu 2.

a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$

Với $m = 2$ ta có phương trình $x^2 - 3x - 4 = 0$

Phương trình có dạng $a - b + c = 1 + 3 - 4 = 0$ nên có hai nghiệm $\begin{cases} x = 4 \\ x = -1 \end{cases}$

b) Xét phương trình $x^2 - (m+1)x + 2m - 8 = 0$ (1)

Ta có:

$$\begin{aligned} \Delta &= [-(m+1)]^2 - 4 \cdot (2m-8) = m^2 + 2m + 1 - 8m + 32 \\ &= m^2 - 6m + 33 = (m^2 - 6m + 9) + 24 = (m-3)^2 + 24 > 0 (\forall m) \end{aligned}$$

Vì $(m-3)^2 \geq 0 \Rightarrow (m-3)^2 + 24 > 0 \Rightarrow \Delta > 0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân

biệt với mọi m , áp dụng hệ thức Vi et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m+1 \\ x_1 x_2 = 2m-8 \end{cases}$

Theo đề bài ta có:

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 + (x_1 - 2)(x_2 - 2) &= 11 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4 = 11 \\ \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) - 7 &= 0 \\ \Leftrightarrow (m+1)^2 - (2m-8) - 2(m+1) - 7 &= 0 \\ \Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 - 2m + 8 - 2m - 2 - 7 &= 0 \\ \Leftrightarrow m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow m(m-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $m = 0; m = 2$ thì thỏa đề.

Câu 3.

Gọi số xe mà công ty dự kiến điều động là $x(xe)$ ($x > 5, x \in \mathbb{N}^*$)

Khi đó mỗi xe chở được số tấn hàng: $\frac{100}{x}$ (tấn hàng)

Sau khi điều 5 xe đi làm việc khác, số xe còn lại đi chở hàng : $x - 5$ (xe)

$\Rightarrow$ Thực tế mỗi xe phải chở số tấn hàng : $\frac{100}{x-5}$ (tấn hàng)

Thực tế mỗi xe phải chở thêm 1 tấn hàng nên ta có phương trình:

$$\frac{100}{x-5} - \frac{100}{x} = 1 \Leftrightarrow 100x - 100(x-5) = x(x-5)$$

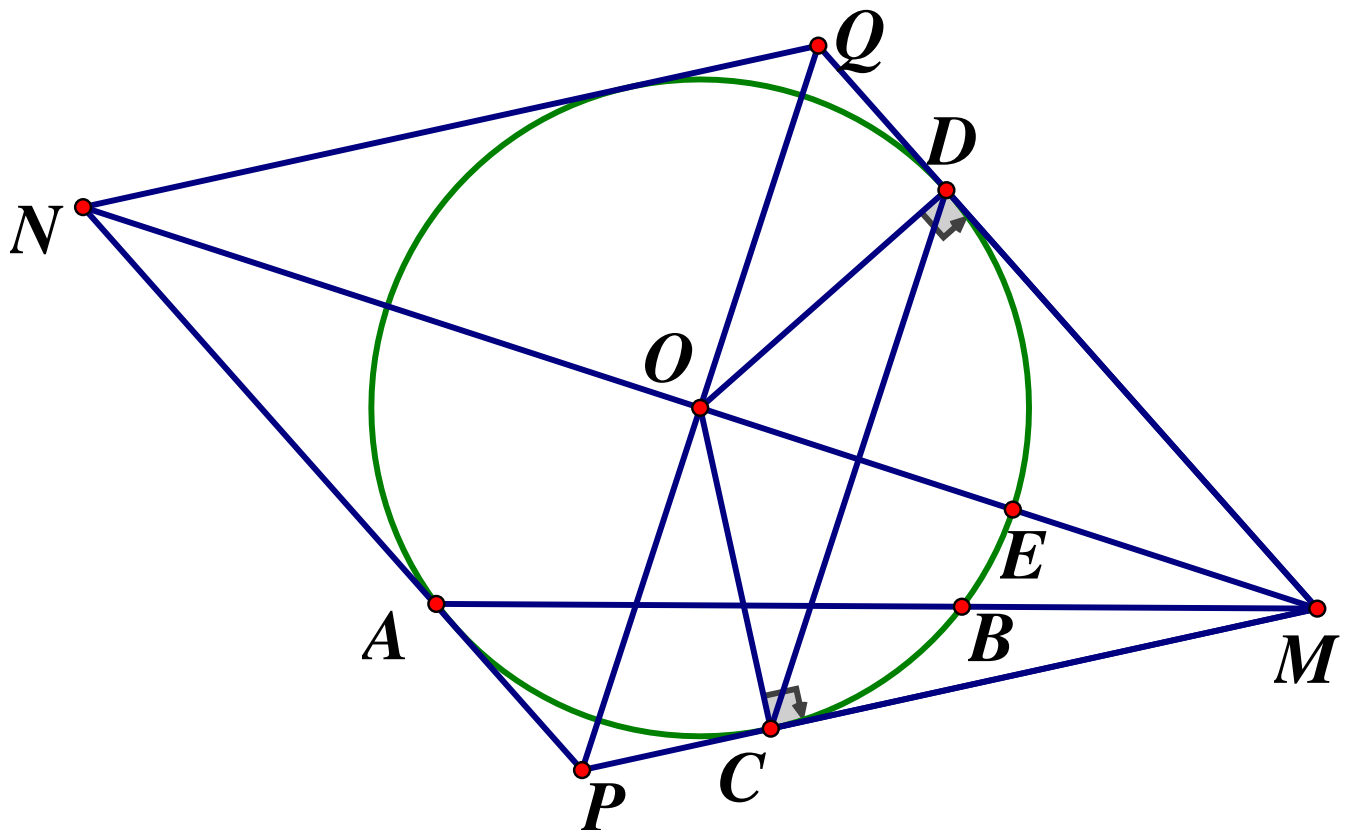
$$\Leftrightarrow 100x - 100x + 500 = x^2 - 5x - 500 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 25x + 20x - 500 = 0 \Leftrightarrow x(x-25) + 20(x-25) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-25)(x+20) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 25(tm) \\ x = -20(ktm) \end{cases}$$

Vậy ban đầu công ty dự định điều động 25 xe.

Câu 4.



a) Chứng minh tứ giác OCMD nội tiếp

Xét đường tròn tâm O có MC, MD là các tiếp tuyến $\Rightarrow OCM = ODM = 90^\circ$

Tứ giác $OCMD$ có: $OCM + ODM = 90^0 + 90^0 = 180^0 \Rightarrow OCMD$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh E là trọng tâm ΔMCD

Xét đường tròn (O) có MC, MD là hai tiếp tuyến cắt nhau tại M nên $MC = MD$ và MO là tia phân giác của CMD

$$\text{Mà } CMD = 60^0 \Rightarrow OMD = \frac{1}{2}CMD = \frac{1}{2}.60^0 = 30^0$$

Xét ΔODM vuông có $OD = R = 3cm, OMD = 30^0$

Ta có:

$$\sin DMO = \frac{OD}{OM} \Rightarrow OM = \frac{OD}{\sin 30^0} = \frac{3}{\frac{1}{2}} = 6(cm) \Rightarrow EM = OM - OE = 6 - 3 = 3(cm)$$

Lại có: $\begin{cases} MD = MC \\ OD = OC = R \end{cases}$ nên OM là đường trung trực của đoạn DC . Gọi I là giao điểm của

OM và $DC \Rightarrow OM \perp DC$ tại I

Theo hệ thức lượng trong tam giác ODM vuông ta có:

$$OD^2 = OI.OM \Leftrightarrow OI = \frac{OD^2}{OM} = \frac{3^2}{6} = \frac{3}{2} \Rightarrow IM = OM - OI = 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$$

$$\text{Từ đó ta có: } \frac{ME}{MI} = \frac{3}{\frac{9}{2}} = \frac{2}{3} \Rightarrow ME = \frac{2}{3}MI$$

Xét tam giác MCD có $MC = MD$ và $CMD = 60^0$ nên ΔMCD là tam giác đều có MI là đường phân giác nên MI cũng là trung tuyến. Lại có $ME = \frac{2}{3}MI (cmt)$ nên E là trọng tâm tam giác MCD (đpcm)

c) Tìm vị trí của M để S_{MNPQ} min

Vì N đối xứng với M qua O nên $OM = ON$

Xét hai tam giác vuông $\Delta OQM, \Delta OPM$ có cạnh OM chung, $OMQ = OMP$

Suy ra $\Delta OQM = \Delta OPM (g.c.g) \Rightarrow OP = OQ$

Diện tích tứ giác $MPNQ$ là:

$$S_{MPNQ} = \frac{1}{2}MN.PQ = \frac{1}{2}.2OM.2OQ = 4.\frac{1}{2}OM.OQ = 4S_{OQM} = 4.OD.MQ = 4R.MQ$$

Xét ΔOQM vuông tại O có OD là đường cao, theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có: $OD^2 = DQ.DM \Leftrightarrow R^2 = DQ.DM$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có: $QM = DQ + DM \geq 2\sqrt{DQ.DM} = 2\sqrt{R^2} = 2R$

Hay $QM_{\min} = 2R \Leftrightarrow QD = DM = R$

Từ đó S_{MPNQ} nhỏ nhất là $8R^2 \Leftrightarrow MQ = 2R$

Khi đó: Xét $\triangle MDB$ & $\triangle MAD$ có: DMB chung; $MDB = MAD$ (cùng chắn BD)

$$\Rightarrow \triangle MDB \sim \triangle MAD (g - g) \Rightarrow \frac{MD}{MA} = \frac{MB}{MD} \Rightarrow MD^2 = MA \cdot MB \Rightarrow MA \cdot MB = R^2$$

Đặt $AB = a, MB = x$ (a không đổi, $a, x > 0$)

Ta có:

$$MA \cdot MB = R^2 \Leftrightarrow x(x + a) = R^2 \Leftrightarrow x^2 + ax - R^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-a + \sqrt{a^2 + 4R^2}}{2} \text{ (do } x > 0 \text{)}$$

Vậy điểm M thuộc tia đối của tia AB và cách B một khoảng bằng

$$MB = \frac{-a + \sqrt{a^2 + 4R^2}}{2} \text{ không đổi thì tứ giác } MPNQ \text{ có diện tích nhỏ nhất là } 8R^2$$

Câu 5.

$$1 = a + 2b \geq 2\sqrt{a \cdot 2b} = 2\sqrt{2ab} \Rightarrow 2\sqrt{2ab} \leq 1 \Rightarrow \sqrt{2ab} \geq \frac{1}{2} \Rightarrow ab \leq \frac{1}{8}. \text{ Ta có:}$$

$$\frac{1}{ab} + \frac{3}{a^2 + 4b^2} = \frac{1}{4ab} + \frac{3}{4ab} + \frac{3}{a^2 + 4b^2} = \frac{1}{4ab} + 3\left(\frac{1}{4ab} + \frac{1}{a^2 + 4b^2}\right)$$

Áp dụng bất đẳng thức $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$ ta có:

$$\frac{1}{4ab} + \frac{1}{a^2 + 4b^2} \geq \frac{4}{4ab + a^2 + 4b^2} = \frac{4}{(a + 2b)^2} = 4$$

$$\text{Lại có: } ab \leq \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{1}{4ab} \geq \frac{1}{4 \cdot \frac{1}{8}} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4ab} + 3\left(\frac{1}{4ab} + \frac{1}{a^2 + 4b^2}\right) \geq 2 + 3 \cdot 4 = 14$$

$$\text{Vậy } \frac{1}{ab} + \frac{3}{a^2 + 4b^2} \geq 14. \text{ Dấu "=" xảy ra khi } a = 2b = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{4} \end{cases}$$

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẮC CẠN**

ĐỀ CHÍNH THỨC

**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2020 – 2021**

MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề số 4

Câu 1. (1,5 điểm)

- a) Tính $A = \sqrt{12} + \sqrt{27} - 4\sqrt{3}$
- b) Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{x-9} \right) \cdot \frac{2\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1} \begin{pmatrix} x \geq 0, x \neq 1 \\ x \neq 9 \end{pmatrix}$

Câu 2. (2,5 điểm)

- a) Giải phương trình $5x - 7 = 0$
- b) Giải hệ phương trình sau $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$
- c) Hai lớp 9A và 9B của một trường, quyên góp vở ủng hộ các bạn học sinh vùng khó khăn. Lớp 9A mỗi bạn ủng hộ 2 quyển, lớp 9B mỗi bạn ủng hộ 3 quyển, cả hai lớp ủng hộ được 160 quyển. Tính số học sinh mỗi lớp biết tổng số học sinh của cả hai lớp là 65 em.

Câu 3. (1,5 điểm)

- a) Vẽ đồ thị hàm số $y = x^2$
- b) Đường thẳng song song với trục hoành, cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 và cắt parabol $y = x^2$ tại hai điểm M, N . Tính diện tích tam giác OMN

Câu 4. (1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 + (2m-1)x - 2m = 0$ (với m là tham số)

- a) Giải phương trình với $m = 1$
- b) Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi m
- c) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm m để $A = x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5. (3,0 điểm) Cho nửa đường tròn (O) đường kính MN , điểm P thuộc nửa đường tròn $(PM > PN)$. Kẻ bán kính OK vuông góc với MN cắt dây MP tại E . Gọi d là tiếp tuyến tại P của nửa đường tròn. Đường thẳng đi qua E và song song với MN cắt d ở F . Chứng minh rằng:

- a) Tứ giác $MPEO$ nội tiếp đường tròn
- b) $ME \cdot MP = MO \cdot MN$
- c) $OF \parallel MP$
- d) Gọi I là chân đường cao hạ từ P xuống MN . Hãy tìm vị trí điểm P để IE vuông góc với MP

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$a) A = \sqrt{12} + \sqrt{27} - 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

b) Với $x \geq 0, x \neq 1, x \neq 9$. Ta có:

$$\begin{aligned} B &= \left(\frac{1}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{x-9} \right) \cdot \frac{2\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1} = \frac{\sqrt{x}-3+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \cdot \frac{2(\sqrt{x}+3)}{\sqrt{x}-1} \\ &= \frac{3(\sqrt{x}-1) \cdot 2}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-1)} = \frac{6}{\sqrt{x}-3} \end{aligned}$$

Câu 2.

a) Giải phương trình:

$$5x - 7 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{7}{5} \quad S = \left\{ \frac{7}{5} \right\}$$

b) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 3 \\ y = 2 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 1)$

c) Tính số học sinh mỗi lớp

Gọi số học sinh lớp 9A và lớp 9B lần lượt là x, y (học sinh) ($x, y \in \mathbb{N}^*, x, y < 65$)

Tổng số học sinh 2 lớp là 65 nên ta có phương trình $x + y = 65$ (1)

Số quyển vở lớp 6A quyên góp là: $2x$ (quyển)

Số quyển vở lớp 6B quyên góp là: $3y$ (quyển)

Hai lớp quyên góp được 160 quyển vở nên ta có phương trình $2x + 3y = 160$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 65 \\ 2x + 3y = 160 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3y = 195 \\ 2x + 3y = 160 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 35 \\ y = 30 \end{cases} (tm)$$

Vậy 9A: 35 học sinh, 9B: 30 học sinh.

Câu 3.

a) Học sinh tự vẽ đồ thị

b) Tính diện tích OMN

Đường thẳng song song với trục hoành cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 nên có phương trình $(d) y = 2$

Hoành độ các điểm M, N là nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm $x^2 = 2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(-\sqrt{2}; 2) \\ N(\sqrt{2}; 2) \end{cases}$$

Khi đó ta có: $MN = 2\sqrt{2}$. Gọi $\{H\} = MN \cap Oy \Rightarrow H(0; 2) \Rightarrow OH \perp MN$ và $OH = 2$

$$\text{Vậy } S_{OMN} = \frac{1}{2} OH \cdot MN = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} (d\text{vdt})$$

Câu 4.

a) Giải phương trình khi $m=1$

Với $m = 1$ ta có phương trình $x^2 + x - 2 = 0$

$$\text{Phương trình có dạng } a + b + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy với } m = 1 \Leftrightarrow S = \{-2; 1\}$$

b) Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi m

Xét phương trình $x^2 + (2m - 1)x - 2m = 0$ ta có:

$$\Delta = (2m - 1)^2 + 4 \cdot 2m = 4m^2 - 4m + 1 + 8m = 4m^2 + 4m + 1 = (2m + 1)^2 \geq 0 (\forall m)$$

Vậy phương trình đã cho luôn có hai nghiệm với mọi m

c) Tìm GTNN

Phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m . Áp dụng hệ thức Vi -

$$\text{et ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -2m + 1 \\ x_1 x_2 = 2m \end{cases}. \text{ Theo đề bài ta có:}$$

$$\begin{aligned} A &= x_1^2 + x_2^2 - 4x_1 x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 6x_1 x_2 \\ &= (1 - 2m)^2 + 6 \cdot 2m = 4m^2 - 4m + 1 + 12m = 4m^2 + 8m + 1 \\ &= 4(m^2 + 2m + 1) - 3 = 4(m + 1)^2 - 3 \end{aligned}$$

$$\text{Vì } (m + 1)^2 \geq 0 (\forall m) \Rightarrow 4(m + 1)^2 \geq 0 \Rightarrow 4(m + 1)^2 - 3 \geq -3 (\forall m)$$

$$\text{Vậy } A_{\min} = -3 \Leftrightarrow m = -1$$

Câu 5.

Xét tứ giác $OEFN$ có: $EON = OEF = EFN = 90^\circ \Rightarrow OEFN$ là hình chữ nhật (tứ giác có 3 góc vuông) $\Rightarrow ONF = 90^\circ \Rightarrow NF$ là tiếp tuyến của (O) tại N

$$\Rightarrow FNP = NMP \text{ (cùng chắn } NP)$$

$$\text{Mà } NMP = OMP = OPM \text{ (do } \triangle OMP \text{ cân tại } O)$$

$$\Rightarrow FNP = OPM = OPE$$

$$\text{Mà } FNP = FOP \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn } FP), \Rightarrow OPE = FOP$$

$$\text{Mà 2 góc này ở vị trí so le trong nên } OF // MP$$

d) Tìm vị trí điểm P.....

$$\text{Đặt } OI = x, MN = 2R \Rightarrow IN = R - x (0 < x < R)$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông MPN ta có:

$$PI^2 = MI \cdot NI = (R + x)(R - x) = R^2 - x^2 \Rightarrow PI = \sqrt{R^2 - x^2}$$

Ta có: $OK // PI$ (cùng vuông góc với MN) nên áp dụng định lý Ta let ta có:

$$\frac{OE}{PI} = \frac{MO}{MI} \Rightarrow \frac{OE}{\sqrt{R^2 - x^2}} = \frac{R}{R + x} \Leftrightarrow OE = \frac{R\sqrt{R^2 - x^2}}{R + x}$$

Để $IE \perp MP$ thì $IE // PN$ (do $MP \perp PN$), khi đó $OIE = INP$ (hai góc đồng vị)

$$\text{Xét tam giác } OIE \text{ có: } \tan OIE = \frac{OE}{OI} = \frac{R\sqrt{R^2 - x^2}}{x(R + x)}$$

$$\text{Xét tam giác vuông } IPN \text{ có } \tan INP = \frac{IP}{IN} = \frac{\sqrt{R^2 - x^2}}{R - x}$$

$$\text{Vì } OIE = INP \Rightarrow \tan \angle OIE = \tan \angle INP$$

$$\Rightarrow \frac{R\sqrt{R^2 - x^2}}{x(R+x)} = \frac{\sqrt{R^2 - x^2}}{R-x} \Leftrightarrow R(R-x) = x(R+x)$$

$$\Leftrightarrow R^2 - Rx = xR + x^2 \Leftrightarrow x^2 + 2Rx - R^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -R + R\sqrt{2} = R(\sqrt{2} - 1) (tm) \\ x_2 = -R - R\sqrt{2} < 0 (ktm) \end{cases} \Rightarrow x = R(\sqrt{2} - 1) = OI$$

$$\Rightarrow \tan \angle INP = \frac{\sqrt{R^2 - x^2}}{R-x} = \frac{\sqrt{R^2 - R^2(\sqrt{2} - 1)^2}}{R - R(\sqrt{2} - 1)} = \frac{R\sqrt{2\sqrt{2} - 2}}{R(2 - \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{2\sqrt{2} - 2}}{2 - \sqrt{2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\sqrt{2} - 1}} = \sqrt{\sqrt{2} + 1}$$

$$\Rightarrow \tan \angle MNP = \tan \angle INP = \sqrt{\sqrt{2} + 1}$$

Vậy khi điểm P nằm trên đường tròn (O) thỏa mãn $\tan \angle MNP = \sqrt{\sqrt{2} + 1}$ thì $IE \perp MP$

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút

Đề số 5

I. Trắc nghiệm

Câu 1. Đường thẳng $y = 2 - x$ có hệ số góc là

- A. 2 B. -1 C. 45^0 D. 1

Câu 2. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc nhất ?

- A. $y = \frac{1}{x}$ B. $y = \sqrt{x}$ C. $y = x^2$ D. $y = 2020 - x$

Câu 3. Đường tròn $(O; R)$ có hai bán kính OA và OB vuông góc với nhau, gọi H là trung điểm của đoạn thẳng AB . Khi đó, OH bằng:

- A. $\frac{R}{2}$ B. $\frac{R\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{R\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{R}{\sqrt{3}}$

Câu 4. Tam giác ABC vuông tại A , $\sin C = \frac{2}{5}$, cạnh $BC = 10cm$. Độ dài cạnh AB là

- A. $2cm$ B. $4cm$ C. $6cm$ D. $2\sqrt{2}cm$

Câu 5. Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O) . Các tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) cắt nhau tại M . Số đo góc BMC bằng:

- A. 90^0 B. 120^0 C. 45^0 D. 60^0

Câu 6. Hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y)$ là:

- A. $(-2; -1)$ B. $(2; 1)$ C. $(1; 2)$ D. $(-1; -2)$

Câu 7. Biểu thức $\sqrt{(\sqrt{7} - 5)^2} + \sqrt{(2 - \sqrt{7})^2}$ có giá trị bằng:

- A. 7 B. $2\sqrt{7} + 3$ C. $2\sqrt{7} - 3$ D. 3

Câu 8. Khi $x = 6$, biểu thức $x + 8$ có giá trị bằng:

- A. 6 B. 8 C. 2 D. 14

Câu 9. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $HB = 4cm$, $HC = 9cm$ độ dài AH là:

A. $6cm$ B. $36cm$ C. $\sqrt{13}cm$ D. $9cm$

Câu 10. Phương trình nào dưới đây có hai nghiệm là 3 và -2 ?

A. $x^2 - 6x + 1 = 0$ B. $x^2 + x - 6 = 0$ C. $x^2 + 6x - 1 = 0$ D. $x^2 - x - 6 = 0$

Câu 11. Khi $x = 7$, biểu thức $\frac{3}{\sqrt{x+2}}$ có giá trị bằng:

A. -1 B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 1

Câu 12. Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{1-x}$ là

A. $x < 1$ B. $x \geq 1$ C. $x > 1$ D. $x \leq 1$

Câu 13. Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O) . Đường cao AH cắt cung nhỏ BC tại M . Số đo góc BCM là

A. 45° B. 60° C. 50° D. 30°

Câu 14. Hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 1 \\ mx - y = 2 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất khi

A. $m \neq -1$ B. $m = -1$ C. $m \neq 1$ D. $m \neq 0$

Câu 15. Cho tam giác ABC vuông cân tại A nội tiếp đường tròn (O) đường kính BC . tia phân giác của góc ABC cắt đường tròn (O) tại M ($M \neq B$). Khi đó góc MOC có số đo bằng

A. 60° B. 45° C. $22^\circ 33'$ D. 30°

Câu 16. Hình vuông có diện tích $16cm^2$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp hình vuông đó là :

A. $2\sqrt{2}cm$ B. $4cm$ C. $2cm$ D. $\sqrt{2}cm$

Câu 17. Đường thẳng $y = 2x$ đi qua điểm nào ?

A. $(1; 2)$ B. $C(2; 2)$ C. $D(-2; -1)$ D. $B(2; 1)$

Câu 18. Khi $x = 16$, biểu thức $\frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 1}$ có giá trị bằng:

A. -2 B. $\frac{18}{15}$ C. 2 D. $\frac{7}{2}$

Câu 19. Phương trình $2x^2 - x - 6 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó, tổng $x_1 + x_2$ bằng

A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. -3 D. 3

Câu 20. Giá trị của $\sqrt{\sqrt{5} + 1} \cdot \sqrt{\sqrt{5} - 1}$ bằng:

A.4 B.2 C. $2\sqrt{6}$ D.-2

Câu 21. Các giao điểm của parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = -x + 2$ là:

A. $D(-1;1)$ và $C(-2;4)$ B. $A(1;1)$ và $B(2;4)$

C. $A(1;1)$ và $C(-2;4)$ D. $(-1;1)$ và $B(2;4)$

Câu 22. Tam giác ABC vuông tại A, $AB = 3cm$, $BC = 5cm$ thì $\tan C$ bằng:

A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

Câu 23. Trong các hệ phương trình sau, hệ nào vô nghiệm ?

A. $\begin{cases} x = 3 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 2y = 9 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2y = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 2y = 6 \end{cases}$

Câu 24. Cho tam giác ABC vuông tại A, cạnh $BC = 10cm$, bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đó bằng:

A.3cm B.4cm C.2,5cm D.5cm

Câu 25. Đường thẳng $y = x + m - 1$ cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 1 khi

A. $m = 2$ B. $m = 0$ C. $m = 1$ D. $m = -1$

Câu 26. Tập nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$ là

A. $\{1; -2\}$ B. $\{-1; 2\}$ C. $\{1; 2\}$ D. $\{-1; -2\}$

Câu 27. Cho hai đường tròn $(O; 13cm)$ và $(O'; 10cm)$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B. Đoạn OO' cắt $(O); (O')$ lần lượt tại E và F. Biết $EF = 3cm$, độ dài của OO' là

A.20cm B.18cm C.19cm D.16cm

Câu 28. Cho điểm M thuộc nửa đường tròn đường kính $AB = 2R$ (M không trùng với A, B). Gọi d là tiếp tuyến của nửa đường tròn tại M; P và Q lần lượt là chân các đường vuông góc hạ từ A và B xuống d. Khi đó, $AP + BQ$ bằng:

A. $R\sqrt{2}$ B.2R C. $R\sqrt{3}$ D. $\frac{3R}{2}$

Câu 29. Biết hệ phương trình $\begin{cases} 2ax + by = 5 \\ (a-1)x + (b+2)y = 6 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y) = (1; 2)$. Khi đó, $3a + 4b$ bằng:

A.8 B.4 C.7 D. $\frac{5}{2}$

Câu 30. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\sqrt{x^2 - 4x + 3}$ bằng

A.0 B.không tồn tại C.-1 D.1

Câu 31. Có bao nhiêu cặp số nguyên a, b để biểu thức $93 + 62\sqrt{3}$ viết được dưới dạng $(a + b\sqrt{3})^2$ với $a, b \in \mathbb{Z}$?

- A.1 B.2 C.0 D.4

Câu 32. Gọi M, N là các giao điểm của parabol $y = x^2$ và đường thẳng $y = x + 2$. Diện tích tam giác OMN bằng:

- A.6 B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ C.3 D.1,5

II. Tự luận

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Giải phương trình $x^2 + 6x + 8 = 0$

b) Rút gọn biểu thức $P = \frac{2}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}-5}{x-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$. Tìm x để $P = 1$

Câu 2. (1,0 điểm)

Trong thư viện của một trường, tổng số sách tham khảo môn Ngữ văn và môn Toán là 155 cuốn. Dự định trong thời gian tới nhà trường cần mua thêm tổng số 45 cuốn sách Ngữ văn và Toán, trong đó số sách môn Ngữ văn cần mua bằng $\frac{1}{3}$ số sách môn Ngữ văn hiện có, số sách môn Toán cần mua bằng $\frac{1}{4}$ số sách môn Toán hiện có. Hỏi số sách tham khảo của mỗi môn Ngữ văn và Toán ban đầu là bao nhiêu ?

Câu 3. (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A . Trên cạnh AC lấy điểm M khác C sao cho $AM > MC$. Vẽ đường tròn tâm O đường kính MC , đường tròn này cắt BC tại E ($E \neq C$) và cắt đường thẳng BM tại D ($D \neq M$)

- a) Chứng minh $ADCB$ là một tứ giác nội tiếp
b) Chứng minh $ABM = AEM$ và EM là tia phân giác của góc AED
c) Gọi G là giao điểm của ED và AC . Chứng minh rằng $CG.MA = CA.GM$

Câu 4. (1,0 điểm)

Cho phương trình bậc hai $ax^2 - x + c = 0$ (x là ẩn số) có hai nghiệm thực dương x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 \leq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{a^2 - c}{ac + a^2}$

ĐÁP ÁN

I. Phần trắc nghiệm

1B	2D	3B	4B	5D	6B	7D
8D						
9A	10D	11D	12D	13D	14A	5B
16A						
17A	18C	19A	20B	21C	22D	23B
24D						
25B	26C	27A	28B	29A	30A	31C
32C						

II. Phần tự luận

Câu 1.

a) Giải phương trình

$$x^2 + 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 4x + 8 = 0 \Leftrightarrow x(x + 2) + 4(x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 2)(x + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 = 0 \\ x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -4 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm là $S = \{-4; -2\}$

b) Rút gọn

Điều kiện: $x \geq 0, x \neq 1$

$$\begin{aligned} P &= \frac{2}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}-5}{x-1} = \frac{2(\sqrt{x}+1) + 2(\sqrt{x}-1) + \sqrt{x}-5}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \\ &= \frac{2\sqrt{x}+2+2\sqrt{x}-2+\sqrt{x}-5}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{5\sqrt{x}-5}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{5(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{5}{\sqrt{x}+1} \end{aligned}$$

$$P = 1 \Leftrightarrow \frac{5}{\sqrt{x}+1} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x}+1 = 5 \Leftrightarrow x = 16(tm)$$

Vậy $x = 16$ thì $P = 1$

Câu 2.

Gọi số sách tham khảo Ngữ văn và Toán thư viện đang có là x, y (cuốn)

$$(x, y \in \mathbb{N}^*, x, y < 155)$$

Ban đầu, thư viện có 155 cuốn sách tham khảo 2 môn nên ta có phương trình

$$x + y = 155 \quad (1)$$

Số sách tham khảo môn Ngữ văn cần mua thêm là $\frac{1}{3}x$ (cuốn)

Số sách tham khảo môn Toán cần mua thêm là $\frac{1}{4}y$ (cuốn)

Thư viện đã mua thêm 45 cuốn sách tham khảo 2 môn này nên ta có phương trình:

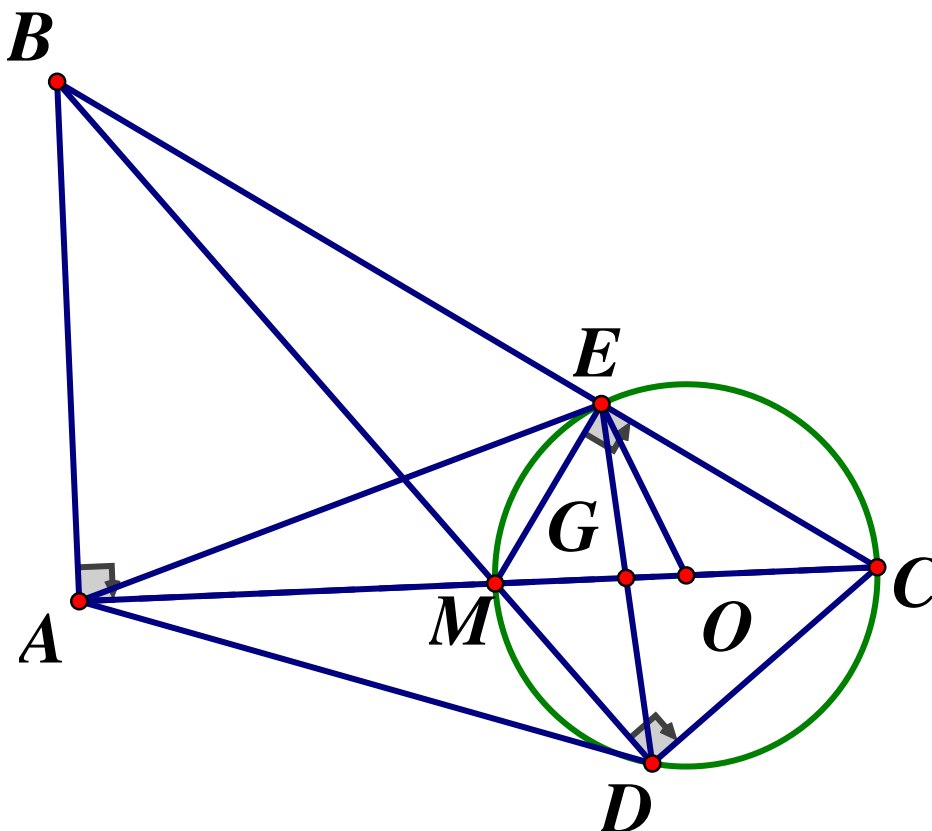
$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y = 45 \Leftrightarrow 4x + 3y = 540 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} x + y = 155 \\ 4x + 3y = 540 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3y = 465 \\ 4x + 3y = 540 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 75 \\ y = 155 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 75(tm) \\ y = 80(tm) \end{cases}$$

Vậy ban đầu thư viện có 75 cuốn sách tham khảo Ngữ văn, 80 cuốn sách tham khảo môn Toán

Câu 3.



a) ADCB là tứ giác nội tiếp

Xét đường tròn (O) ta có: $\widehat{MDC}$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn

$$\Rightarrow \widehat{MDC} = 90^\circ \text{ hay } \widehat{BDC} = 90^\circ$$

Xét tứ giác ADCB có $\angle BAC = \angle BDC = 90^\circ$ mà A, D là 2 đỉnh kề nhau

Nên $ADCB$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh $ABM = AEM$ và EM là tia phân giác của góc AED

Xét đường tròn (O) ta có: MEC là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn

$$\Rightarrow MEC = 90^\circ \Rightarrow BEM = 90^\circ \text{ (hai góc kề bù)}$$

Xét tứ giác $ABEM$ ta có: $BAM + BEM = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow ABEM$ là tứ giác nội tiếp

$$\Rightarrow ABM = AEM \text{ (cùng chắn cung } AM)$$

Ta có: $MED = MCD$ (hai góc nội tiếp cùng chắn MD của (O)) (1)

Vì $ADCB$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow ACD = ABD$ (hai góc nội tiếp cùng chắn AD) (2)

$$\text{Lại có } ABM = AEM \text{ (cmt) hay } ABD = AEM \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow AEM = MED \Rightarrow ME$ là phân giác của AED (dfcm)

c) Chứng minh rằng $CG.MA = CA.GM$

Xét $\triangle AEG$ ta có: EM là phân giác trong của tam giác (cmt) $\Rightarrow \frac{AE}{EG} = \frac{AM}{MG}$ (tính chất

đường phân giác) $\Rightarrow \frac{AE}{EG} = \frac{AM}{MG}$ (tính chất đường phân giác)

Lại có: $ME \perp EC$ (cmt) $\Rightarrow EC$ là đường phân giác ngoài tại đỉnh E của $\triangle AEG$

$$\Rightarrow \frac{AE}{EG} = \frac{AC}{CG} \text{ (tính chất đường phân}$$

$$\text{giác)} \Rightarrow \frac{AM}{MG} = \frac{AC}{CG} \left(= \frac{AG}{EG} \right) \Rightarrow AM.CG = AC.MG \text{ (dfcm)}$$

Câu 4. Tìm giá trị nhỏ nhất của....

Phương trình $ax^2 - x + c = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ -\frac{b}{a} > 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ 1 - 4ac > 0 \\ \frac{1}{a} > 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ac > \frac{1}{4} \\ a > 0 \\ c > 0 \end{cases}$$

$$\text{Áp dụng hệ thức Vi - et ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{1}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

Theo đề bài ta có: $x_1 + x_2 \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{a} \leq 1 \Leftrightarrow a \geq 1$ (do $a > 0$) $\Rightarrow a^2 \geq 1$

Lại có: $ac \leq \frac{1}{4} \Rightarrow c \leq \frac{1}{4a} \leq \frac{1}{4}$

$$\Rightarrow P = \frac{a^2 - c}{ac + a^2} \geq \frac{a^2 - \frac{1}{4}}{\frac{1}{4} + a^2} = \frac{a^2 + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}}{a^2 + \frac{1}{4}} = 1 - \frac{1}{2\left(a^2 + \frac{1}{4}\right)} \geq 1 - \frac{1}{2\left(1 + \frac{1}{4}\right)} = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ ac = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ c = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \min P = \frac{3}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ c = \frac{1}{4} \end{cases}$$

SỞ GIÁO DỤC, KHOA HỌC
VÀ CÔNG NGHỆ BẠC LIÊU

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2020 – 2021

Môn thi: TOÁN (Không chuyên)

Ngày thi: 14/07/2020

Thời gian: 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề số 6

Câu 1. (4,0 điểm)

- a) Rút gọn biểu thức $A = 2\sqrt{3} + 5\sqrt{48} + \sqrt{125} - 5\sqrt{5}$
b) Tìm điều kiện của x để biểu thức $B = \sqrt{3x - 4}$ có nghĩa

Câu 2. (4,0 điểm)

- a) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ x - 4y = 3 \end{cases}$$

b) Cho *Parabol* $(P): y = 2x^2$ và đường thẳng $(d): y = 3x + b$. Xác định giá trị của b bằng phép tính để đường thẳng (d) tiếp xúc với parabol (P)

Câu 3. (6,0 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - (m - 1)x - m = 0(1)$ (với m là tham số)

- a) Giải phương trình (1) khi $m = 4$
b) Chứng minh phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị của m
c) Xác định các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1(3 + x_1) + x_2(3 + x_2) = -4$

Câu 4. (6,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng OA , E là điểm thay đổi trên đường tròn (O) sao cho E không trùng với A và B . Vẽ đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt là các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A và B . Gọi d đường thẳng qua E và vuông góc với EI . Đường thẳng d cắt d_1, d_2 lần lượt tại M, N

- a) Chứng minh tứ giác $AMEI$ nội tiếp
b) Chứng minh $\triangle IAE$ đồng dạng với $\triangle NBE$. Từ đó chứng minh $IB \cdot NE = 3IE \cdot NB$
c) Khi điểm E thay đổi, chứng minh tam giác MNI vuông tại I và tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác MNI theo R

ĐÁP ÁN

Câu 1.

a) Rút gọn biểu thức:

Ta có:

$$A = 2\sqrt{3} + 5\sqrt{48} + \sqrt{125} - 5\sqrt{5} = 2\sqrt{3} + 5.4\sqrt{3} + 5\sqrt{5} - 5\sqrt{5} = 2\sqrt{3} + 20\sqrt{3} = 22\sqrt{3}$$

b) Tìm điều kiện của x

Biểu thức $B = \sqrt{3x-4}$ có nghĩa khi và chỉ khi $3x-4 \geq 0 \Leftrightarrow 3x \geq 4 \Leftrightarrow x \geq \frac{4}{3}$

Vậy biểu thức $B = \sqrt{3x-4}$ có nghĩa khi $x \geq \frac{4}{3}$

Câu 2.

a) Giải hệ phương trình:

Ta có:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ x - 4y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 8 \\ y = \frac{x-3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = \frac{2-3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) = \left(2; -\frac{1}{4}\right)$

b) Cho parabol

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$2x^2 = 3x + b \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - b = 0(*)$$

Số giao điểm của (P) và (d) bằng số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm, do đó để (d) tiếp xúc với parabol (P) thì phương trình $(*)$ phải có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow (-3)^2 - 4.2.(-b) = 0 \Leftrightarrow 9 + 8b = 0 \Leftrightarrow b = -\frac{9}{8}$$

Vậy để (d) tiếp xúc với parabol (P) thì $b = -\frac{9}{8}$

Câu 3.

a) Giải phương trình khi $m = 4$

Thay $m = 4$ vào phương trình (1) ta có:

$$x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + x - 4 = 0 \Leftrightarrow x(x - 4) + (x - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)(x - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 = 0 \\ x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Vậy khi $m = 4$ thì tập nghiệm của phương trình là $S = \{-1; 4\}$

b) Chứng minh phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi m

$$x^2 - (m - 1)x - m = 0 \quad (1) \text{ có:}$$

$$\Delta = (m - 1)^2 - 4.1.(-m) = m^2 - 2m + 1 + 4m$$

$$\Delta = m^2 + 2m + 1 = (m + 1)^2 \geq 0 (\forall m \in \mathbb{R})$$

Vậy phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị của m

c) Xác định giá trị của m để phương trình.....

$$\text{Theo ý b: ta có: } \Delta = (m + 1)^2$$

Để phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thì $\Delta > 0$

$$\Leftrightarrow m + 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1. \text{ Khi đó áp dụng định lý Vi - et ta có:}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m - 1 \\ x_1 x_2 = -m \end{cases} (m \neq -1). \text{ Theo bài ra ta có:}$$

$$x_1(3 + x_1) + x_2(3 + x_2) = -4 \Leftrightarrow 3x_1 + x_1^2 + 3x_2 + x_2^2 = -4$$

$$\Leftrightarrow 3(x_1 + x_2) + (x_1^2 + x_2^2) = -4 \Leftrightarrow 3(x_1 + x_2) + (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = -4$$

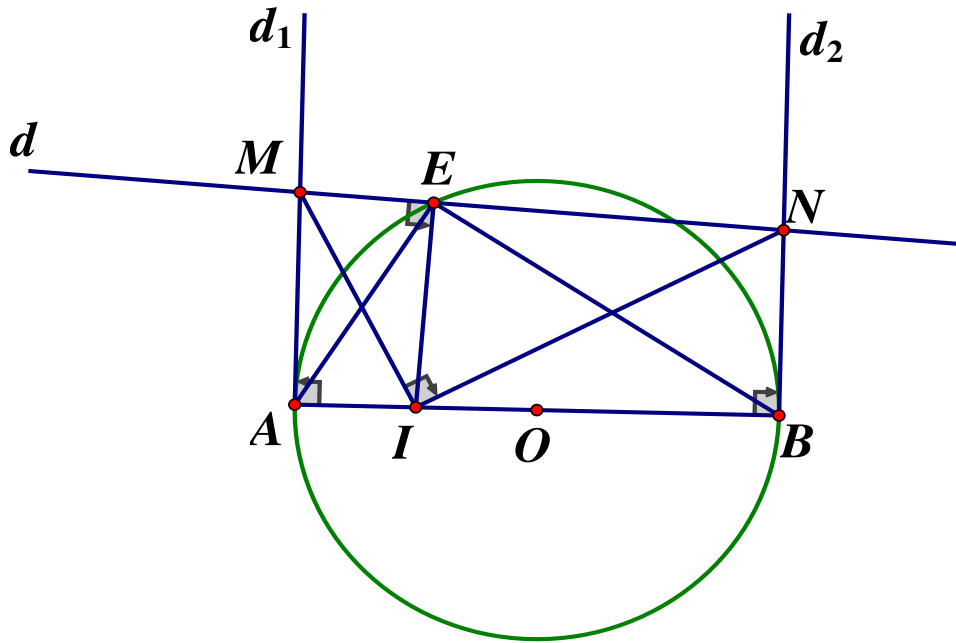
$$\Leftrightarrow 3(m - 1) + (m - 1)^2 - 2.(-m) = -4 \Leftrightarrow m^2 + 3m + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m(m + 1) + 2(m + 1) = (m + 1)(m + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m + 1 = 0 \\ m + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 (ktm) \\ m = -2 (tm) \end{cases}$$

Vậy $m = -2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

Câu 4.



a) Chứng minh tứ giác $AMEI$ nội tiếp

Vì d_1 là tiếp tuyến của (O) tại A nên $IAM = 90^\circ$

Vì $d \perp EI$ tại E nên $IEM = 90^\circ$

Xét tứ giác $AMEI$ có $IAM + IEM = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Vậy tứ giác $AMEI$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°)

b) Chứng minh $\triangle IAE$ đồng dạng với $\triangle NBE$. Từ đó chứng minh $IB \cdot NE = 3IE \cdot NB$

Vì AEB là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên $AEB = 90^\circ$

Ta có: $AEI + IEB = AEB = 90^\circ$; $BEN + IEB = IEN = 90^\circ$ (do $d \perp IE$)

$\Rightarrow AEI = BEN$ (cùng phụ với IEB)

Xét $\triangle IAE$ và $\triangle NBE$ có: $AEI = BEN$ (cmt); $IAE = NBE$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn BE)

$$\Rightarrow \triangle IAE \sim \triangle NBE (g.g) \Rightarrow \frac{IE}{NE} = \frac{IA}{NB} \text{ (hai cạnh tương ứng)} \Rightarrow IA \cdot NE = IE \cdot NB \quad (1)$$

Mà I là trung điểm của OA (gt) $\Rightarrow OA = 2IA$

Lại có O là trung điểm của $AB \Rightarrow AB = 2OA = 4IA$

$\Rightarrow IB = AB - IA = 4IA - IA = 3IA$. Khi đó ta có:

$$(1) \Leftrightarrow 3IA \cdot NE = 3IE \cdot NB \text{ (nhân cả 2 vế với 3)} \Rightarrow IB \cdot NE = 3IE \cdot NB \text{ (đpcm)}$$

c) Chứng minh $\triangle MNI$ vuông tại I và tìm GTNN của S_{MNI} theo R

Xét tứ giác $BNEI$ có: $IEB = 90^\circ$ (do $d \perp IE$ tại E)

$IBN = 90^\circ$ (do d_2 là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B)

$$\Rightarrow IEN + IBN = 90^0 + 90^0 = 180^0$$

$\Rightarrow$ Tứ giác $BNEI$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180^0)

$\Rightarrow INE = IEB = ABE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung IE)

Lại có : Tứ giác $AMEI$ là tứ giác nội tiếp (ý a)

$\Rightarrow IME = IAE = BAE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung IE)

Xét tam giác MNI có:

$$INE + IME = ABE + BAE = 90^0 \text{ (do } AEB = 90^0 \text{ (cmt) nên } \triangle AEB \text{ vuông tại E)}$$

$\Rightarrow \triangle MNI$ vuông tại I (tam giác có tổng hai góc nhọn bằng 90^0)

$$\text{Ta có: } S_{\triangle MNI} = \frac{1}{2} IM \cdot IN$$

$$\text{Đặt } AIM = \alpha \left(0 < \alpha < 90^0 \right) \Rightarrow BIN = 90^0 - \alpha$$

$$\text{Xét } \triangle AIM \text{ vuông ta có: } \cos \alpha = \frac{AI}{IM} \Rightarrow IM = \frac{AI}{\cos \alpha}$$

$$\text{Xét } \triangle BIN \text{ vuông ta có: } \cos(90^0 - \alpha) = \frac{BI}{IN} \Rightarrow IN = \frac{BI}{\cos(90^0 - \alpha)} = \frac{BI}{\sin \alpha}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle MNI} = \frac{1}{2} IM \cdot IN = \frac{1}{2} \cdot \frac{AI}{\cos \alpha} \cdot \frac{BI}{\sin \alpha} = \frac{AI \cdot BI}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}$$

$$\text{Ta có: } AB = 4AI \text{ (cmt)} \Rightarrow AI = \frac{1}{4} AB = \frac{R}{2}, BI = \frac{3}{4} AB = \frac{3R}{2}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle MNI} = \frac{\frac{3R^2}{4}}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}$$

Do $\frac{3R^2}{4}$ không đổi nên diện tích tam giác MNI đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow \sin \alpha \cdot \cos \alpha$ đạt giá trị lớn nhất.

Vì $0^0 < \alpha < 90^0$ nên $\sin \alpha, \cos \alpha > 0$. Áp dụng BĐT Cô – si ta có:

$$\sin \alpha \cdot \cos \alpha \leq \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{2} = \frac{1}{2} (\forall \alpha)$$

$$\Rightarrow S_{\triangle MNI} \leq \frac{3R^2}{4} : \frac{1}{2} = \frac{3R^2}{2}. \text{ Dấu " = " xảy ra}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \cos \alpha \\ \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha \end{cases} \Rightarrow \sin \alpha = \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = 45^0$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác MNI là $\frac{3R^2}{2}$, đạt được khi $AIM = 45^0$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẾN TRE

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề số 7

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CÔNG LẬP
NĂM HỌC 2020 – 2021

Môn: TOÁN (chung)

Thời gian: 120 phút (không kể phát đề)

Câu 1. (1,0 điểm)

a) Trục căn thức ở mẫu của biểu thức $\frac{18}{\sqrt{3}}$

b) Tìm x biết: $\sqrt{4x} + \sqrt{9x} = 15$

Câu 2. (1,0 điểm) Cho hàm số bậc nhất $y = (7 - \sqrt{18})x + 2020$

a) Hàm số trên đồng biến hay nghịch biến trên $\mathbb{R}$? Vì sao?

b) Tính giá trị của y khi $x = 7 + \sqrt{18}$

Câu 3. (1,0 điểm) Cho hàm số $y = 2x^2$ có đồ thị (P)

a) Vẽ (P)

b) Tìm tọa độ của các điểm thuộc (P) có tung độ bằng 2

Câu 4. (2,5 điểm)

a) Giải phương trình: $x^2 + 5x - 7 = 0$

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 7x - y = 18 \\ 2x + y = 9 \end{cases}$$

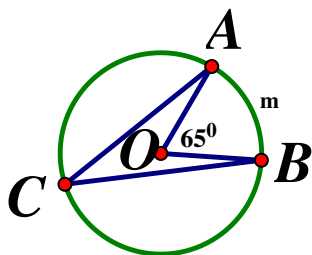
c) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình

$x^2 - 2(m + 5)x + m^2 + 3m - 6 = 0$ có hai nghiệm phân biệt

Câu 5. (1,0 điểm) Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hai hàm số $y = x + (5 + m)$ và $y = 2x + (7 - m)$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục hoành.

Câu 6. (0,75 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại B có đường cao BH ($H \in AC$), biết $AB = 6\text{cm}$, $AC = 10\text{cm}$. Tính độ dài các đoạn thẳng BC, BH .

Câu 7. (0,75 điểm) Trên đường tròn (O) lấy hai điểm A, B sao cho $AOB = 65^\circ$ và điểm C như hình vẽ. Tính số đo $\widehat{AmB}$, $\widehat{ACB}$ và số đo $\widehat{ACB}$



Câu 8. (2,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) và có các đường cao BE, CF cắt nhau tại H ($E \in AC, F \in AB$)

- Chứng minh tứ giác $AEHF$ nội tiếp
- Chứng minh $AH \perp BC$
- Gọi P, G là hai giao điểm của đường thẳng EF và đường tròn (O) sao cho điểm E nằm giữa hai điểm P và điểm F . Chứng minh AO là đường trung trực của đoạn thẳng PG

ĐÁP ÁN

Câu 1.

- Ta có: $\frac{18}{\sqrt{3}} = \frac{18\sqrt{3}}{3} = 6\sqrt{3}$
- Tìm x biết:
 $\sqrt{4x} + \sqrt{9x} = 15 (x \geq 0) \Leftrightarrow 2\sqrt{x} + 3\sqrt{x} = 15$
 $\Leftrightarrow 5\sqrt{x} = 15 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 9 (tm)$
 Vậy $x = 9$

Câu 2.

- Hàm số $y = (7 - \sqrt{18})x + 2020$ có $a = 7 - \sqrt{18}$

Ta có: $7 = \sqrt{49} > \sqrt{18} \Leftrightarrow 7 - \sqrt{18} > 0 \Leftrightarrow a > 0$ nên hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$

b) Tính giá trị...

Thay $x = 7 + \sqrt{18}$ và hàm số $y = (7 - \sqrt{18})x + 2020$ ta được:

$$y = (7 - \sqrt{18})(7 + \sqrt{18}) + 2020 = 49 - 18 + 2020 = 2051$$

Vậy với $x = 7 + \sqrt{18}$ thì $y = 2051$

Câu 3.

a) Học sinh tự vẽ (P)

b) **Tìm tọa độ.....**Gọi điểm $N(x;2)$ thuộc (P): $y = 2x^2$

$$\text{Ta có: } 2 = 2x^2 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy ta có hai điểm thỏa mãn đề bài là $(1;2);(-1;2)$ **Câu 4.**a) **Giải phương trình : $x^2 + 5x - 7 = 0$**

$$\text{Ta có: } \Delta = 5^2 - 4.1.(-7) = 53 > 0 \text{ nên phương trình đã cho có hai nghiệm } \begin{cases} x = \frac{-5 + \sqrt{53}}{2} \\ x = \frac{-5 - \sqrt{53}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm: } x = \frac{-5 \pm \sqrt{53}}{2}$$

b) **Giải hệ phương trình**

$$\begin{cases} 7x - y = 18 \\ 2x + y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x = 27 \\ y = 7x - 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 7.3 - 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (3; 3)$ c) **Tìm các giá trị của m.....**

$$\text{Xét phương trình: } x^2 - 2(m+5)x + m^2 + 3m - 6 = 0$$

Ta có:

$$\Delta' = [-(m+5)]^2 - (m^2 + 3m - 6) = m^2 + 10m + 25 - m^2 - 3m + 6 = 7m + 31$$

Để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thì

$$\Delta' > 0 \Leftrightarrow 7m + 31 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{31}{7}$$

Vậy với $m > -\frac{31}{7}$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.**Câu 5.**Xét đường thẳng (d): $y = x + (5 + m)$ có $a = 1$ và đường thẳng (d'): $y = 2x + (7 - m)$ có $a' = 2$ Vì $a \neq a'$ nên hai đường thẳng (d), (d') cắt nhauGọi $M(x; y)$ là giao điểm hai đường thẳng (d), (d')Vì $M(x; y)$ thuộc trục hoành nên $M(x; 0)$

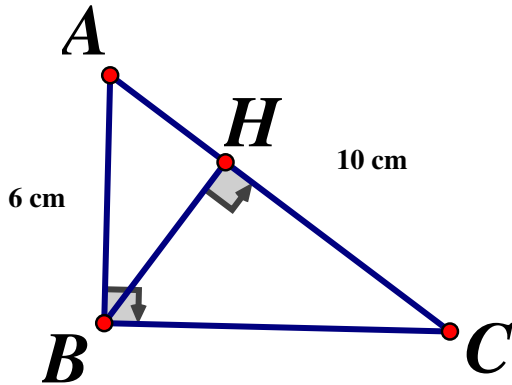
$$\text{Lại có } M(x; 0) \text{ thuộc (d): } y = x + (5 + m) \text{ nên ta có: } x + 5 + m = 0 \Leftrightarrow x = -5 - m$$

$$\text{Vì } M(x; 0) \in (d'): y = 2x + (7 - m) \Rightarrow 2x + 7 - m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{m-7}{2}$$

$$\Rightarrow -5 - m = \frac{m-7}{2} \Leftrightarrow m-7 = -2m-10 \Leftrightarrow 3m = -3 \Leftrightarrow m = -1$$

Vậy $m = -1$ là giá trị cần tìm.

Câu 6.



Xét tam giác ABC vuông tại B , theo định lý *Pytago* ta có:

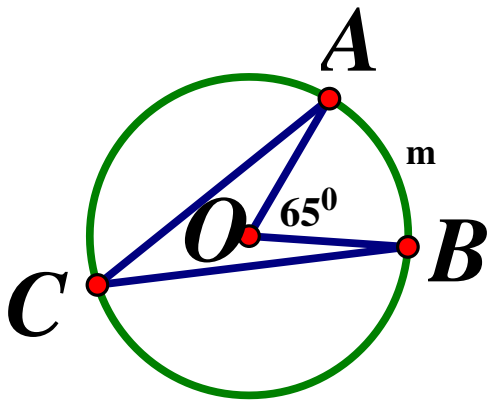
$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Leftrightarrow BC^2 = AC^2 - AB^2 = 10^2 - 6^2 = 64 \Rightarrow BC = \sqrt{64} = 8\text{ cm}$$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại B có chiều cao BH , theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

$$BH \cdot AC = AB \cdot BC \Leftrightarrow BH = \frac{AB \cdot BC}{AC} = \frac{6 \cdot 8}{10} = 4,8(\text{cm})$$

Vậy $BC = 8\text{ cm}, BH = 4,8\text{ cm}$

Câu 7.



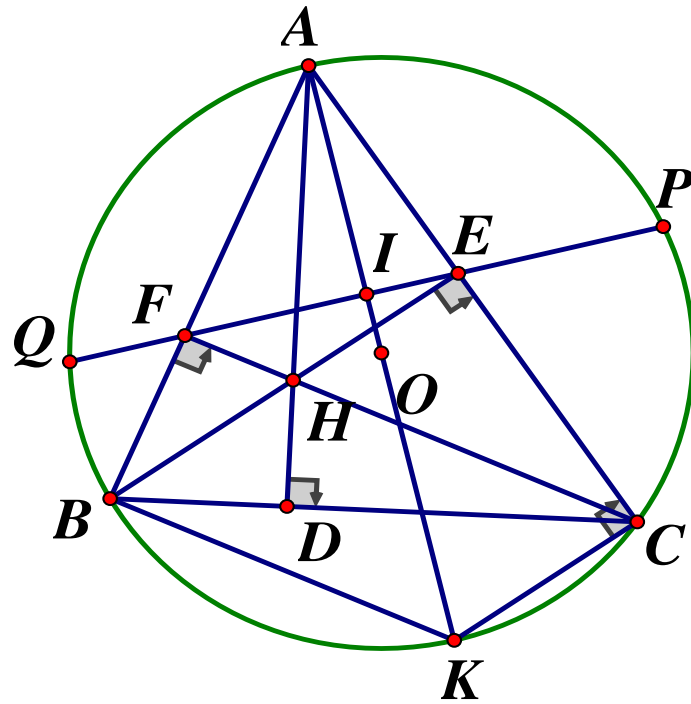
Ta có: AOB là góc ở tâm chắn cung AmB nên $sd\text{ cung } AmB = AOB = 65^\circ$. Lại có:

$$sd\text{ } ACB + sd\text{ } AmB = 360^\circ \Rightarrow sd\text{ } ACB = 360^\circ - 65^\circ = 295^\circ$$

$$ACB \text{ là góc nội tiếp chắn } AmB \text{ nên } ACB = \frac{1}{2} sd\text{ } AmB = \frac{1}{2} \cdot 65^\circ = 32,5^\circ$$

Vậy $sd\text{ } AmB = 65^\circ, sd\text{ } ACB = 295^\circ, ACB = 32,5^\circ$

Câu 8.



a) Chứng minh tứ giác AEHF nội tiếp

Ta có: $CF \perp AB \Rightarrow AFC = 90^\circ, BE \perp AC \Rightarrow AEB = 90^\circ$

Tứ giác AFHE có $AFH + AEH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác AFHE nội tiếp

b) Chứng minh $AH \perp BC$

Kéo dài AH cắt BC tại D

Do BE, CF là các đường cao trong tam giác và $BE \cap CF = \{H\}$ nên H là trực tâm của $\Delta ABC \Rightarrow AD$ là đường cao trong $\Delta ABC \Rightarrow AD \perp BC \Rightarrow AH \perp BC$ (dpcm)

c) Chứng minh AO là đường trung trực của đoạn thẳng PG

Xét tứ giác BFEC có $BFC = BEC = 90^\circ$ nên là tứ giác nội tiếp (hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh đối diện dưới các góc bằng nhau)

$\Rightarrow AFE = ACB$ (cùng bù với BFE) (1)

Kẻ đường kính AA', Gọi I là giao điểm của AO và PG

Tứ giác BACA' nội tiếp nên $BAA' = BCA'$ (cùng chắn BA') (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $AFE + BAA' = ACB + BCA'$

Mà $ACB + BCA' = A'CA = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Nên $AFE + BAA' = 90^\circ$ hay $AFI + FAI = 90^\circ$

$\Rightarrow AIF = 90^\circ \Rightarrow AO \perp PG$ tại I.

$\Rightarrow I$ là trung điểm của PG (tính chất đường kính dây cung)

Nên AO là đường trung trực của PG

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề số 8

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2020-2021

Môn thi: TOÁN

Ngày thi: 18/7/2020

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1. (2,0 điểm)

1. Giải phương trình: $\frac{x+1}{2} = x-3$
2. Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} - \frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1} \right) \cdot (x-1) (x \geq 0; x \neq 1)$
 - a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$
 - b) Rút gọn biểu thức A và tìm giá trị lớn nhất của A

Bài 2. (2,0 điểm)

Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2(m-1)x - 2m + 5$ (m là tham số)

- a) Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị m
- b) Tìm các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ tương ứng là x_1, x_2 dương và $|\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}| = 2$

Bài 3. (1,5 điểm)

Trong kỳ thi chọn học sinh giỏi lớp 9 cấp trường, tổng số học sinh đạt giải của cả hai lớp 9A1 và 9A2 là 22 em, chiếm tỉ lệ 40% trên tổng số học sinh dự thi của hai lớp trên.

Nếu tính riêng từng lớp thì lớp 9A1 có 50% học sinh dự thi đạt giải và lớp 9A2 có 28% học sinh dự thi đạt giải. Hỏi mỗi lớp có tất cả bao nhiêu học sinh dự thi ?

Bài 4. (3,5 điểm)

Cho đường tròn tâm O, đường kính AB và d là một tiếp tuyến của đường tròn (O) tại điểm A. Trên đường thẳng d lấy điểm M (khác A) và trên đoạn OB lấy điểm N (khác O và B). Đường thẳng MN cắt đường tròn (O) tại hai điểm C và D sao cho C nằm giữa M và D. Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng CD

- Chứng minh tứ giác AOHM nội tiếp trong một đường tròn
- Kẻ đoạn DK song song với MO (K nằm trên đường thẳng AB). Chứng minh rằng $MDK = BAH$ và $MA^2 = MC.MD$
- Đường thẳng BC cắt đường thẳng OM tại điểm I. Chứng minh rằng đường thẳng AI song song với đường thẳng BD

Bài 5. (1,0 điểm)

Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $x + y = \sqrt{10}$. Tìm giá trị của x và y để biểu thức $A = (x^4 + 1)(y^4 + 1)$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

ĐÁP ÁN

Bài 1.

$$1) \frac{x+1}{2} = x-3 \Leftrightarrow x+1 = 2x-6 \Leftrightarrow x=7$$

$$\text{Vậy } S = \{7\}$$

2)

a) Thay $x = 4(\sqrt{4} + 2)$ vào biểu thức A ta có:

$$A = \left(\frac{\sqrt{4} + 2}{\sqrt{4} + 1} - \frac{2\sqrt{4} - 2}{\sqrt{4} - 1} \right) \cdot (4 - 1) = \left(\frac{4}{3} - \frac{2}{1} \right) \cdot 3 = -2$$

$$\text{Vậy khi } x = 4 \Rightarrow A = -2$$

b) Rút gọn:

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 1} - \frac{2(\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x} - 1} \right) \cdot (x - 1) = \frac{\sqrt{x} + 2 - 2\sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x} + 1)} \cdot (\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1) \\ &= -\sqrt{x} \cdot (\sqrt{x} - 1) = -x + \sqrt{x} \end{aligned}$$

Ta có:

$$A = -(x - \sqrt{x}) = -\left[(\sqrt{x})^2 - 2 \cdot \sqrt{x} \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \right] + \frac{1}{4} = -\left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$$

$$\text{Vì } \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0 \Rightarrow A \leq \frac{1}{4} (\forall x \geq 0, x \neq 1)$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4} (tm)$$

$$\text{Vậy } A_{\max} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$$

Bài 2.

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$x^2 = 2(m-1)x - 2m + 5 \Leftrightarrow x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0 (*). \text{ Phương trình } (*) \text{ có:}$$

$$\Delta' = (m-1)^2 - 2m + 5 = m^2 - 2m + 1 - 2m + 5 = m^2 - 4m + 4 + 2 = (m-2)^2 + 2$$

$$\text{Vì } (m-2)^2 \geq 0 (\forall m) \Rightarrow (m-2)^2 + 2 > 0 (\forall m)$$

b) Tìm các giá trị m

$$\text{Xét phương trình } x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0 (*)$$

Để đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 dương thì:

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 (\forall m) \\ 2(m-1) > 0 \\ 2m - 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{5}{2}. \text{ Khi đó áp dụng Vi-et ta có:}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ x_1 x_2 = 2m - 5 \end{cases}. \text{ Theo đề bài ta có:}$$

$$|\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}| = 2 \Leftrightarrow (\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2})^2 = 4 \Leftrightarrow x_1 + x_2 - 2\sqrt{x_1 x_2} = 4$$

$$\Leftrightarrow 2m - 2 - 2\sqrt{2m - 5} = 4 \Leftrightarrow 2m - 6 = 2\sqrt{2m - 5} \Leftrightarrow \sqrt{2m - 5} = m - 3$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m - 3 \geq 0 \\ (m - 3)^2 = 2m - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 3 \\ m^2 - 6m + 9 = 2m - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 3 \\ m^2 - 8m + 14 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 + \sqrt{2} (tm) \\ m = 4 - \sqrt{2} (tm) \end{cases}$$

Vậy $m = 4 + \sqrt{2}$ thỏa mãn bài toán.

Bài 3.

Gọi số học sinh dự thi của lớp 9A1 và 9A2 lần lượt là x, y (học sinh) ($x, y \in \mathbb{N}$)

Vì số học sinh đạt giải là 22 em, chiếm tỉ lệ 40% trên tổng số học sinh dự thi của hai lớp nên ta có phương trình $(x + y) \cdot 40\% = 22 \Leftrightarrow x + y = 55 (1)$

Nếu tính riêng từng lớp thì:

$$\text{Lớp 9A1 có số học sinh đạt giải là } 50\% x = \frac{1}{2} x \text{ (học sinh)}$$

$$\text{Lớp 9A2 có số học sinh đạt giải là } 28\% y = \frac{7}{25} y \text{ (học sinh)}$$

Vì cả hai lớp có 22 học sinh đạt giải nên ta có phương trình:

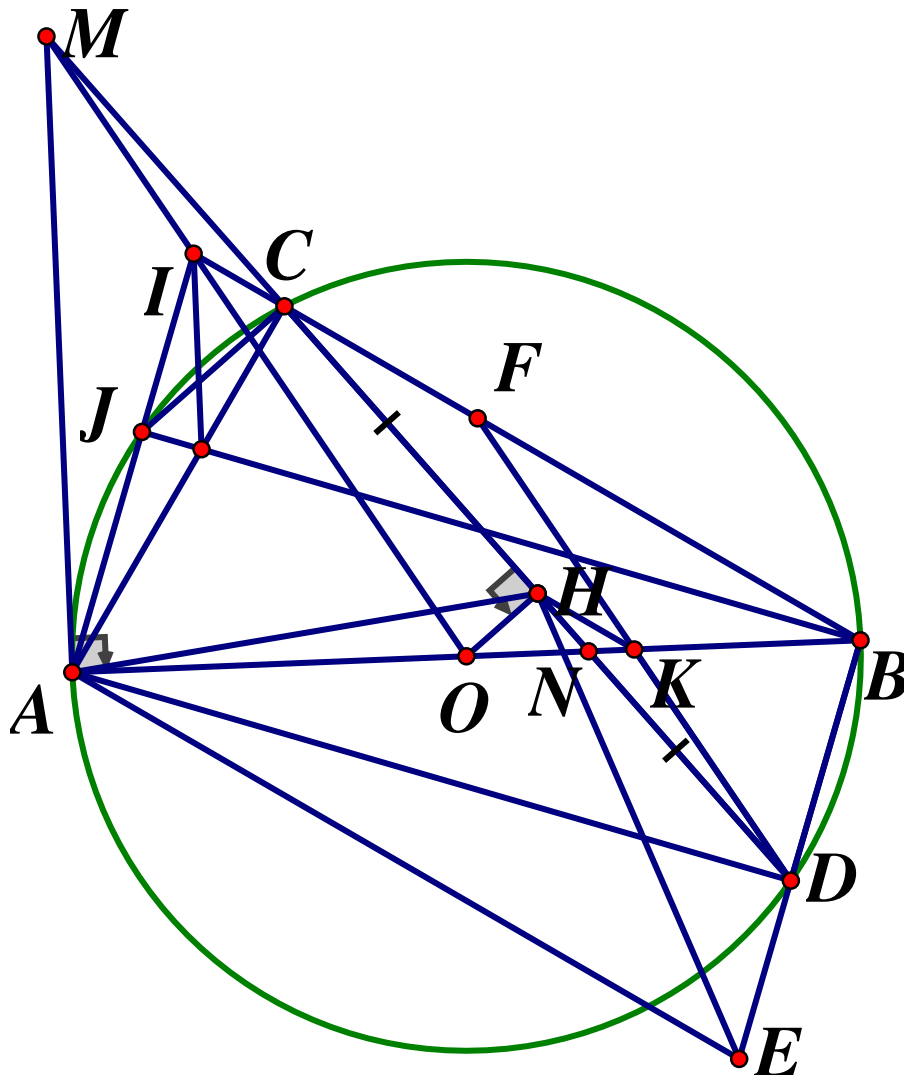
$$\frac{1}{2}x + \frac{7}{25}y = 22 \Leftrightarrow 25x + 14y = 1100 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 55 \\ 25x + 14y = 1100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25x + 25y = 1375 \\ 25x + 14y = 1100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11y = 275 \\ x = 55 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 25 \\ x = 30 \end{cases} \quad (tm)$$

Vậy số học sinh dự thi là 9A1 : 30 học sinh; 9A2 : 25 học sinh.

Bài 4.



a) Chứng minh AOHM là tứ giác nội tiếp

Ta có: MA là tiếp tuyến của $(O) \Rightarrow MAO = 90^\circ$

H là trung điểm của CD $\Rightarrow OH \perp CD = \{H\}$ (đường kính – dây cung)

$$\Rightarrow OHC = OHM = 90^\circ$$

Xét tứ giác AOHM có: $MAO + OHM = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà hai góc này đối diện nên AOHM là tứ giác nội tiếp (đpcm)

b) Chứng minh $\angle MDH = \angle BAH$ và $MA^2 = MC.MD$

Ta có: $DK \parallel MO(gt) \Rightarrow \angle MDK = \angle DMO$ (hai góc so le trong)

Vì $AOHM$ là tứ giác nội tiếp (cm câu a) $\Rightarrow HMO = HAO$ (cùng chắn OH)

Hay $BAD = DMO \Rightarrow BAH = MDK (= DMO)$ (đpcm)

Xét $\triangle AMC$ và $\triangle DMA$ ta có: M chung; $MDA = MAC$ (cùng chắn AC)

$$\Rightarrow \triangle AMC \sim \triangle DMA(g.g) \Rightarrow \frac{AM}{DM} = \frac{MC}{MA} \Leftrightarrow MA^2 = MC.MD(dfcm)$$

c) Chứng minh $AI \parallel BD$

Gọi E là giao điểm của MO và BD . Kéo dài DK cắt BC tại F

Xét tứ giác $AHKD$ có $HAK = KDH$ (câu b)

$\Rightarrow AHKD$ là tứ giác nội tiếp (hai đỉnh kề cùng nhìn cạnh đối diện dưới các góc bằng nhau) $\Rightarrow \angle DAK = \angle DHK$ (góc nội tiếp cùng chắn DK)

Mà $\angle DAK = \angle DCB$ (cùng chắn DB) nên $DHK = DCB$

Hai góc này ở vị trí đồng vị nên $HK \parallel CB \Rightarrow HK \parallel CF$

Trong tam giác DCF , $HK \parallel CF$, H là trung điểm CD nên K là trung điểm FD

$$\Rightarrow DK = KF. \text{ Lại có: } DK \parallel MO \Rightarrow DF \parallel IE \Rightarrow \frac{DK}{OE} = \frac{FK}{OI} \left(= \frac{BK}{BO} \right)$$

Mà $DK = FK(cmt) \Rightarrow OE = OI$

Xét tứ giác $AIBE$ có hai đường chéo IE và AB cắt nhau tại trung điểm O của mỗi đường nên $AIBE$ là hình bình hành $\Rightarrow AI \parallel BE \Rightarrow AI \parallel BD(dfcm)$

Bài 5.

Ta có:

$$\begin{aligned} A &= (x^4 + 1)(y^4 + 1) = x^4 + y^4 + (xy)^4 + 1 = (x^2 + y^2)^2 - 2(xy)^2 + (xy)^4 + 1 \\ &= [(x + y)^2 - 2xy]^2 - 2(xy)^2 + (xy)^4 + 1 \\ &= (x + y)^4 - 4(x + y)^2 \cdot xy + 4(xy)^2 - 2(xy)^2 + (xy)^4 + 1 \\ &= 100 - 40xy + 2(xy)^2 + (xy)^4 + 1 \\ &= (xy)^4 + 2(xy) - 40xy + 101 \end{aligned}$$

Đặt $t = xy$. Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có:

$$0 < xy \leq \left(\frac{x + y}{2} \right)^2 = \frac{(x + y)^2}{4} = \frac{5}{2}.$$

$$\text{Khi đó ta có: } A = t^4 + 2t^2 - 40t + 101 \quad \left(0 < t \leq \frac{5}{2} \right)$$

$$A = (t^4 - 8t^2 + 16) + (10t^2 - 40t + 40) + 45$$

$$A = (t^2 - 4)^2 + 10(t - 2)^2 + 45 \geq 45$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} t^2 - 4 = 0 \\ t - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = 2(tm) \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 2 \\ x + y = \sqrt{10} \end{cases}$$

Khi đó x, y là nghiệm của phương trình: $X^2 - \sqrt{10}X + 2 = 0$

Ta có: $\Delta = (\sqrt{10})^2 - 4.1.2 = 2 > 0$, do đó phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$\begin{cases} X = \frac{\sqrt{10} - \sqrt{2}}{2} \\ X = \frac{\sqrt{10} + \sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (x; y) = \left(\frac{\sqrt{10} - \sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{10} + \sqrt{2}}{2} \right) \text{ hoặc } (x; y) = \left(\frac{\sqrt{10} + \sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{10} - \sqrt{2}}{2} \right)$$

$$\text{Vậy } A_{\min} = 45 \Leftrightarrow \Rightarrow (x; y) = \left(\frac{\sqrt{10} - \sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{10} + \sqrt{2}}{2} \right) \text{ hoặc}$$

$$(x; y) = \left(\frac{\sqrt{10} + \sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{10} - \sqrt{2}}{2} \right)$$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH DƯƠNG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Đề số 9

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

Năm học 2020-2021

Môn thi : TOÁN

Ngày thi : 09/7/2020

Thời gian làm bài : 120 phút (không tính
phát đề)

Bài 1. (2 điểm)

Giải các phương trình, hệ phương trình sau:

$$1) x^2 + x - 12 = 0 \qquad 2) x^4 + 8x^2 - 9 = 0 \qquad 3) \begin{cases} 3x + y = -1 \\ 6x + y = 2 \end{cases}$$

Bài 2. (1,5 điểm)

Cho phương trình : $x^2 - 2020x + 2021 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Không giải phương trình, tính giá trị các biểu thức sau :

$$1) \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \qquad 2) x_1^2 + x_2^2$$

Bài 3. (1,5 điểm)

Cho Parabol $(P): y = \frac{3}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = -\frac{3}{2}x + 3$

- 1) Vẽ đồ thị của (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ
- 2) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Bài 4. (1,5 điểm)

Cho biểu thức $A = \left(\frac{1}{x - \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x} - 2x + \sqrt{x}}$

- 1) Rút gọn biểu thức A
- 2) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 8 - 2\sqrt{7}$

Bài 5. (3,5 điểm)

Cho đường tròn $(O; 3cm)$ có đường kính AB và tiếp tuyến Ax . Trên Ax lấy điểm C sao cho $AC = 8cm$, BC cắt đường tròn (O) tại D . Đường phân giác của góc CAD cắt đường tròn (O) tại M và cắt BC tại N

- 1) Tính độ dài đoạn thẳng AD
- 2) Gọi E là giao điểm của AD và MB . Chứng minh tứ giác $MNDE$ nội tiếp được trong đường tròn.
- 3) Chứng minh tam giác ABN là tam giác cân

4) Kẻ EF vuông góc AB ($F \in AB$). Chứng minh N, E, F thẳng hàng.

ĐÁP ÁN

Bài 1.

$$1) x^2 + x - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 4x - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 3) + 4(x - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)(x + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 = 0 \\ x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -4 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{3; -4\}$

$$2) x^4 + 8x^2 - 9 = 0$$

Đặt $t = x^2$ ($t \geq 0$), phương trình đã cho trở thành : $t^2 + 8t - 9 = 0$

Phương trình có dạng $a + b + c = 1 + 8 - 9 = 0$ nên phương trình có hai nghiệm

$$\begin{cases} t_1 = 1(tm) \\ t_2 = -9(ktm) \end{cases} \cdot t = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{\pm 1\}$

$$3) \begin{cases} 3x + y = -1 \\ 6x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 2y = -2 \\ 6x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 4 = -1 \\ y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; -4)$

Bài 2.

Xét phương trình : $x^2 - 2020x + 2021 = 0$ (*)

Ta có: $\Delta' = 1010^2 - 2021 = 1018079 > 0 \Rightarrow$ Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Áp dụng định lý Vi – et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2020 \\ x_1 x_2 = 2021 \end{cases}$

$$a) \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{2020}{2021}$$

$$b) x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 2020^2 - 2.2021 = 4076358.$$

Bài 3.

- 1) Học sinh tự lập bảng và vẽ đồ thị
- 2) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) ta có:

$$\frac{3}{2}x^2 = -\frac{3}{2}x + 3 \Leftrightarrow 3x^2 = -3x + 6 \Leftrightarrow 3x^2 + 3x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+2) - (x+2) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow y=\frac{3}{2} \\ x=-2 \Rightarrow y=6 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm là $A(-2;6)$ và $B\left(1;\frac{3}{2}\right)$

Bài 4.

- 1) Rút gọn biểu thức A

$$A = \left(\frac{1}{x-\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}-2x+\sqrt{x}} \begin{pmatrix} x > 0 \\ x \neq 1 \end{pmatrix}$$

$$A = \left[\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \right] \cdot \frac{\sqrt{x}(x-2\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}+1} = \frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}+1}$$

$$A = \sqrt{x} - 1$$

- 2) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 8 - 2\sqrt{7}$. Điều kiện: $0 < x \neq 1$

Ta có:

$$x = 8 - 2\sqrt{7} = (\sqrt{7})^2 - 2\sqrt{7} \cdot 1 + 1^2 = (\sqrt{7} - 1)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} = |\sqrt{7} - 1| = \sqrt{7} - 1 \text{ (Do } \sqrt{7} - 1 > 0)$$

Thay $\sqrt{x} = \sqrt{7} - 1$ (tmDKXD) vào biểu thức A ta có:

$$A = \sqrt{7} - 1 - 1 = \sqrt{7} - 2$$

Vậy khi $x = 8 - 2\sqrt{7}$ thì $A = \sqrt{7} - 2$

© 2011 Pearson Education, Inc. All rights reserved. Printed in the United States of America. This publication is protected by copyright. Permission is granted to reproduce this document for personal or internal use, not for redistribution.



© 2011 Pearson Education, Inc. All rights reserved. Printed in the United States of America. This publication is protected by copyright. Permission is granted to reproduce this document for personal or internal use, not for redistribution.

© 2011 Pearson Education, Inc. All rights reserved. Printed in the United States of America. This publication is protected by copyright. Permission is granted to reproduce this document for personal or internal use, not for redistribution.

© 2011 Pearson Education, Inc. All rights reserved. Printed in the United States of America. This publication is protected by copyright. Permission is granted to reproduce this document for personal or internal use, not for redistribution.

© 2014 Pearson Education, Inc. or its affiliate(s). All rights reserved.

© 2011 Pearson Education, Inc. All rights reserved. Printed in the United States of America. This publication is protected by copyright. Permission is granted to reproduce this document for personal or internal use, not for redistribution.

© 2011 Pearson Education, Inc. All rights reserved. Printed in the United States of America. This publication is protected by copyright. Permission is granted to reproduce this document for personal or internal use, not for redistribution.

© 2011 Pearson Education, Inc. All rights reserved. Printed in the United States of America. This publication is protected by copyright. Permission is granted to reproduce this document for personal or internal use, not for redistribution.

© 2011 Pearson Education, Inc. All rights reserved. Printed in the United States of America. This publication is protected by copyright. Permission is granted to reproduce this document for personal or internal use, not for redistribution.

© 2011 Pearson Education, Inc. All rights reserved. Printed in the United States of America. This publication is protected by copyright. Permission is granted to reproduce this document for personal or internal use, not for redistribution.

2) Chứng minh $MNDE$ là tứ giác nội tiếp

Ta có : $AD \perp BC(cmt) \Rightarrow EDN = 90^0$

Tương tự ta có AMB là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) nên $AMB = 90^0$

$\Rightarrow AM \perp BM$ hay $AN \perp BM \Rightarrow EMN = 90^0$

Xét tứ giác $MNDE$ có $EDN + EMN = 90^0 + 90^0 = 180^0$

Vậy tứ giác $MNDE$ là tứ giác nội tiếp .

3) Chứng minh $\triangle ABN$ là tam giác cân

Ta có: $CAN = ABM$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung cùng chắn AM)

$MAD = MBD$ (hai góc nội tiếp cùng chắn MD)

Mà $CAN = MAD(gt) \Rightarrow ABM = MBD$, do đó BM là tia phân giác của ABN

Xét $\triangle ABN$ có BM là đường cao đồng thời là đường phân giác nên tam giác ABN cân tại $B(dfcm)$

4) Chứng minh N, E, F thẳng hàng

Xét $\triangle ABN$ có $AD \perp BN(cmt)$; $BM \perp AN(cmt)$; $AD \cap BM = \{E\}(gt)$

$\Rightarrow E$ là trực tâm của tam giác ABN

Do đó NE là đường cao thứ ba của tam giác ABN nên $NE \perp AB$

Lại có : $EF \perp AB(gt)$

$\Rightarrow$ Qua điểm E nằm ngoài đường thẳng AB kẻ được hai đường thẳng EF, NE cùng vuông góc với $AB \Rightarrow NE \equiv EF$ (Tiên đề O clit)

Vậy N, E, F thẳng hàng (đpcm)

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH PHƯỚC

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 NĂM 2020
ĐỀ THI MÔN TOÁN (CHUNG)

Thời gian : 120 phút (không kể phát đề)

Ngày thi 17/07/2020

Đề số 10

Câu 1. (2,0 điểm)

1. Tính giá trị các biểu thức sau :

$$A = \sqrt{64} - \sqrt{49} \qquad B = \sqrt{(4 + \sqrt{7})^2} - \sqrt{7}$$

2. Cho biểu thức $Q = \frac{x + 2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} - 3, (x \geq 0)$

- a) Rút gọn biểu thức Q
b) Tìm giá trị của x để biểu thức $Q = 2$

Câu 2. (2,0 điểm)

1. Cho *parabol* $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x + 3$
a) Vẽ parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ
b) Tìm tọa độ giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d) bằng phép tính
2. Không sử dụng máy tính, giải hệ phương trình sau :
$$\begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ x + 3y = 6 \end{cases}$$

Câu 3. (2,5 điểm)

1. Cho phương trình ẩn $x: x^2 - 5x + (m - 2) = 0$ (1)
a) Giải phương trình (1) với $m = 6$
b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn hệ

$$\text{thức } \frac{1}{\sqrt{x_1}} + \frac{1}{\sqrt{x_2}} = \frac{3}{2}$$

2. Một thửa đất hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng $4m$ và có diện tích là $320m^2$. Tính chu vi thửa đất đó.

Câu 4. (1,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A , có cạnh $AC = 8cm, B = 60^\circ$. Tính số đo góc C và độ dài các cạnh AB, BC , đường trung tuyến AM của tam giác ABC

Câu 5. (2,5 điểm)

Từ một điểm T ở bên ngoài đường tròn (O) , Vẽ hai tiếp tuyến TA, TB với đường tròn (A, B là hai tiếp điểm). Tia TO cắt đường tròn (O) tại hai điểm phân biệt C và D (C nằm giữa T và O) và cắt đoạn thẳng AB tại điểm F

- Chứng minh : Tứ giác $TAOB$ nội tiếp
- Chứng minh: $TC.TD = TF.TO$
- Vẽ đường kính AG của đường tròn (O) . Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ điểm B đến AG , I là giao điểm của TG và BH . Chứng minh I là trung điểm của BH

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$1) A = \sqrt{64} - \sqrt{49} = 8 - 7 = 1$$

$$B = \sqrt{(4 + \sqrt{7})^2} - \sqrt{7} = |4 + \sqrt{7}| - \sqrt{7} = 4 + \sqrt{7} - \sqrt{7} = 4$$

2) a) Rút gọn biểu thức Q

Với $x \geq 0$ ta có:

$$Q = \frac{x + 2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} - 3 = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)}{\sqrt{x} + 2} - 3 = \sqrt{x} - 3$$

Vậy với $x \geq 0$ thì $Q = \sqrt{x} - 3$

b) Tìm giá trị của x để $Q = 2$

$$\text{Ta có: } Q = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} - 3 = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 5 \Leftrightarrow x = 25(tm)$$

Vậy để $Q = 2$ thì $x = 25$

Câu 2.

- a) Học sinh tự vẽ (P) và (d)

b) Tìm tọa độ giao điểm

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) ta có:

$$x^2 = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 3x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+1) - 3(x+1) = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \Rightarrow y=1 \\ x=3 \Rightarrow y=9 \end{cases}$$

Vậy (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có tọa độ $(-1;1)$ và $(3;9)$

2) Giải hệ phương trình.....

$$\begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ x + 3y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 9 \\ y = \frac{6-x}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (3;1)$

Câu 3.

- a) Giải phương trình khi $m = 6$

Với $m = 6$ thì phương trình (1) trở thành:

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x(x-1) - 4(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-4)(x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=4 \end{cases}$$

Vậy với $m = 6$ thì tập nghiệm phương trình là $S = \{1; 4\}$

b) Tìm m để

Để phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 thì $\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (-5)^2 - 4(m-2) > 0 \\ 5 > 0 \text{ (luôn đúng)} \\ m-2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25 - 4m + 8 > 0 \\ m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 33 - 4m > 0 \\ m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m < \frac{33}{4}$$

Khi đó áp dụng hệ thức Vi - et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 x_2 = m - 2 \end{cases}$. Theo đề bài ta có:

$$\frac{1}{\sqrt{x_1}} + \frac{1}{\sqrt{x_2}} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1 x_2}} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 2(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}) = 3\sqrt{x_1 x_2}$$

$$\Leftrightarrow 4(x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 x_2}) = 9x_1 x_2 \Leftrightarrow 4(5 + 2\sqrt{m-2}) = 9(m-2)$$

$$\Leftrightarrow 9(m-2) - 8\sqrt{m-2} - 20 = 0 (*)$$

Đặt $t = \sqrt{m-2} (t \geq 0)$, phương trình (*) trở thành:

$$9t^2 - 8t - 20 = 0 \Leftrightarrow 9t^2 - 18t + 10t - 20 = 0 \Leftrightarrow 9t(t-2) + 10(t-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (t-2)(9t+10) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t-2=0 \\ 9t+10=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=2(tm) \\ t=-\frac{10}{9}(ktm) \end{cases}$$

$$\text{Với } t=2 \Rightarrow \sqrt{m-2} = 2 \Leftrightarrow m-2 = 4 \Leftrightarrow m = 6(tm)$$

Vậy $m = 6$

2. Tính chu vi thửa đất đó

Gọi chiều rộng thửa đất là $x(m)$, ($x > 0$) $\Rightarrow$ Chiều dài thửa đất là $x + 4(m)$

Vì thửa đất có diện tích là $320m^2$, nên ta có phương trình:

$$x(x+4) = 320 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 320 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 16x + 20x - 320 = 0$$

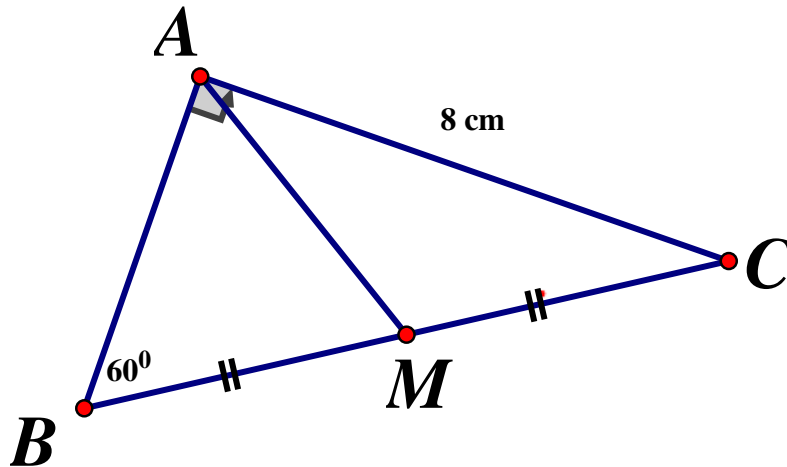
$$\Leftrightarrow x(x-16) + 20(x-16) = 0 \Leftrightarrow (x-16)(x+20) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-16=0 \\ x+20=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=16(tm) \\ x=-20(ktm) \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Chiều rộng thửa đất là $16m$, chiều dài thửa đất là $16 + 4 = 20m$

Vậy chu vi thửa đất đó là : $(16 + 20).2 = 72(m)$

Câu 4.



Vì $\triangle ABC$ vuông tại A nên $B + C = 90^\circ$ (phụ nhau) $\Rightarrow C = 90^\circ - B = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

Ta có:

$$\tan 60^\circ = \frac{AC}{AB} \Rightarrow AB = \frac{AC}{\tan 60^\circ} = \frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{3} (cm)$$

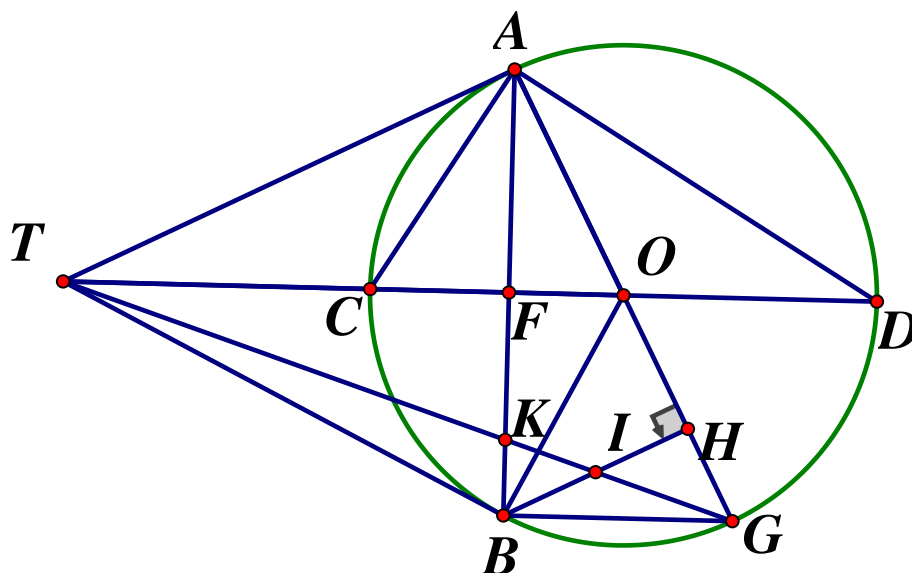
$$\sin 60^\circ = \frac{AC}{BC} \Rightarrow BC = \frac{AC}{\sin 60^\circ} = \frac{8}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{16\sqrt{3}}{3} (cm)$$

Tam giác ABC vuông tại A có đường trung tuyến AM ứng với cạnh huyền BC nên:

$$AM = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{16\sqrt{3}}{3} = \frac{8\sqrt{3}}{3} (cm)$$

$$\text{Vậy } C = 30^\circ, AB = AM = \frac{8\sqrt{3}}{3} cm, BC = \frac{16\sqrt{3}}{3} cm$$

Câu 5.



a) Chứng minh tứ giác $TAOH$ nội tiếp

Ta có: TA, TB là hai tiếp tuyến của (O) tại A, B (gt)

$$\Rightarrow \begin{cases} TA \perp OA \\ TB \perp OB \end{cases} \Rightarrow TAO = TBO = 90^\circ$$

Xét tứ giác $TAOB$ ta có: $TAO + TBO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, mà hai góc này là hai góc đối diện nên $TAOB$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh: $TC.TD = TF.TO$

Ta có: $OA = OB = R \Rightarrow O$ thuộc đường trung trực của AB

$TA = TB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow T$ thuộc đường trung trực của AB

$\Rightarrow TO$ là đường trung trực của $AB \Rightarrow TO \perp AB = \{F\}$

Áp dụng hệ thức lượng cho $\triangle TAO$ vuông tại A có đường cao AF ta có:

$$TA^2 = TF.TO \quad (1)$$

Xét $\triangle TAC$ và $\triangle TDA$ ta có:

T chung; $TDA = TAC$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung cùng chắn AC)

$$\Rightarrow \triangle TAC \sim \triangle TDA (g.g) \Rightarrow \frac{TA}{TD} = \frac{TC}{TA} \Rightarrow TA^2 = TC.TD \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow TF.TO = TC.TD (= TA^2)$ (dpcm)

c) Chứng minh I là trung điểm của BH

Gọi $AB \cap TG = \{K\}$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AT \perp OA \Rightarrow AT \perp AG \\ BH \perp AG \end{cases} \Rightarrow BH \parallel AT \Rightarrow ABH = TAB \text{ (so le trong)}$$

Mà $TA = TB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) nên $\triangle TAB$ cân tại T

$\Rightarrow TAB = TBA \Rightarrow ABH = TBA \Rightarrow BK$ là phân giác của TBH

Ta có: $ABG = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow BA \perp BG$ hay $BK \perp BG$

Do đó BG là phân giác ngoài của TBH

Áp dụng định lý đường phân giác ta có: $\frac{BI}{BT} = \frac{KI}{KT} = \frac{GI}{GT}$

Lại có $\frac{KI}{KT} = \frac{BI}{AT}$; $\frac{GI}{GT} = \frac{IH}{AT}$ (định lý Ta – lét)

Do đó $\frac{BI}{AT} = \frac{IH}{AT} \Rightarrow BI = IH$

Vậy I là trung điểm của BH (đpcm)

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH THUẬN**

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề số 11

**KỲ THI TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT CÔNG LẬP**

Năm học 2020 – 2021

Môn thi: TOÁN

Thời gian : 120 phút

Bài 1. (1,0 điểm)

Rút gọn biểu thức $A = (\sqrt{6} + \sqrt{3}).\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$

Bài 2. (2,0 điểm)

Giải phương trình và hệ phương trình sau:

$$a) x^2 + 2x - 3 = 0 \qquad b) \begin{cases} x + y = 7 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$$

Bài 3. (2,0 điểm)

- Vẽ đồ thị của hàm số $y = x^2$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy
- Cho hàm số $y = mx + n$ có đồ thị là (d) . Tìm giá trị m và n biết (d) song song với đường thẳng (d') : $y = x + 3$ và đi qua điểm $M(2;4)$

Bài 4. (1,0 điểm)

Lớp 9A có 80 quyển vở dự định khen thưởng học sinh giỏi cuối năm. Thực tế cuối năm tăng thêm 2 học sinh giỏi, nên mỗi phần thưởng giảm đi 2 quyển vở so với dự định. Hỏi cuối năm lớp 9A có bao nhiêu học sinh giỏi, biết mỗi phần thưởng có số quyển vở bằng nhau.

Bài 5. (4,0 điểm)

Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$. Trên đoạn thẳng OB lấy điểm M (M khác O và B). Đường thẳng vuông góc với MN tại N cắt các tiếp tuyến Ax, By của nửa đường tròn (O) lần lượt ở C và D (Ax, By và nửa đường tròn thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ AB)

- Chứng minh tứ giác $ACNM$ nội tiếp
- Chứng minh $AN.MD = NB.CM$
- Gọi E là giao điểm của AN và CM . Đường thẳng qua E và vuông góc với BD , cắt MD tại F . Chứng minh N, F, B thẳng hàng
- Khi $\angle ABN = 60^\circ$, tính theo R diện tích của phần nửa hình tròn tâm O bán kính R nằm ngoài $\triangle ABN$

ĐÁP ÁN

Bài 1.

$$\begin{aligned} A &= (\sqrt{6} + \sqrt{3}).\sqrt{3} - 3\sqrt{2} \\ &= \sqrt{18} + \sqrt{3}.\sqrt{3} - 3\sqrt{2} \\ &= 3\sqrt{2} + 3 - 3\sqrt{2} \\ &= 3 \end{aligned}$$

Vậy $A = 3$

Bài 2. Giải phương trình và hệ phương trình

$$\begin{aligned} a) x^2 + 2x - 3 &= 0 \Leftrightarrow x^2 + 3x - x - 3 = 0 \Leftrightarrow x(x+3) - (x+3) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-1)(x+3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $S = \{1; -3\}$

$$b) \begin{cases} x+y=7 \\ 2x-y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=12 \\ y=7-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (4; 3)$

Bài 3.

- Học sinh tự vẽ (P)
- Tìm m và n

Vì đường thẳng (d) song song với đường thẳng $(d'): y = x + 3$ nên ta có $\begin{cases} m=1 \\ n \neq 3 \end{cases}$

Khi đó phương trình đường thẳng (d) có dạng $y = x + n (n \neq 3)$

$$\text{Mà } M(2;4) \in (d) \Rightarrow 4 = 2 + n \Leftrightarrow n = 2(tm)$$

$$\text{Vậy } m = 1, n = 2$$

Bài 4.

Gọi số học sinh giỏi lớp 9A theo dự định là x (học sinh) ($x \in \mathbb{N}^*$)

$\Rightarrow$ Dự định, mỗi phần thưởng có số quyển vở: $\frac{80}{x}$ (quyển vở)

Số học sinh giỏi thực tế của lớp 9A là : $x + 2$ (học sinh)

$\Rightarrow$ Thực tế, mỗi phần thưởng có số quyển vở là : $\frac{80}{x+2}$ (quyển vở)

Thực tế mỗi phần thưởng giảm đi 2 quyển so với dự định nên ta có phương trình

$$\frac{80}{x} - \frac{80}{x+2} = 2 \Leftrightarrow 80(x+2) - 80x = 2x(x+2)$$

$$\Leftrightarrow 80x + 160 - 80x = 2x^2 + 4x$$

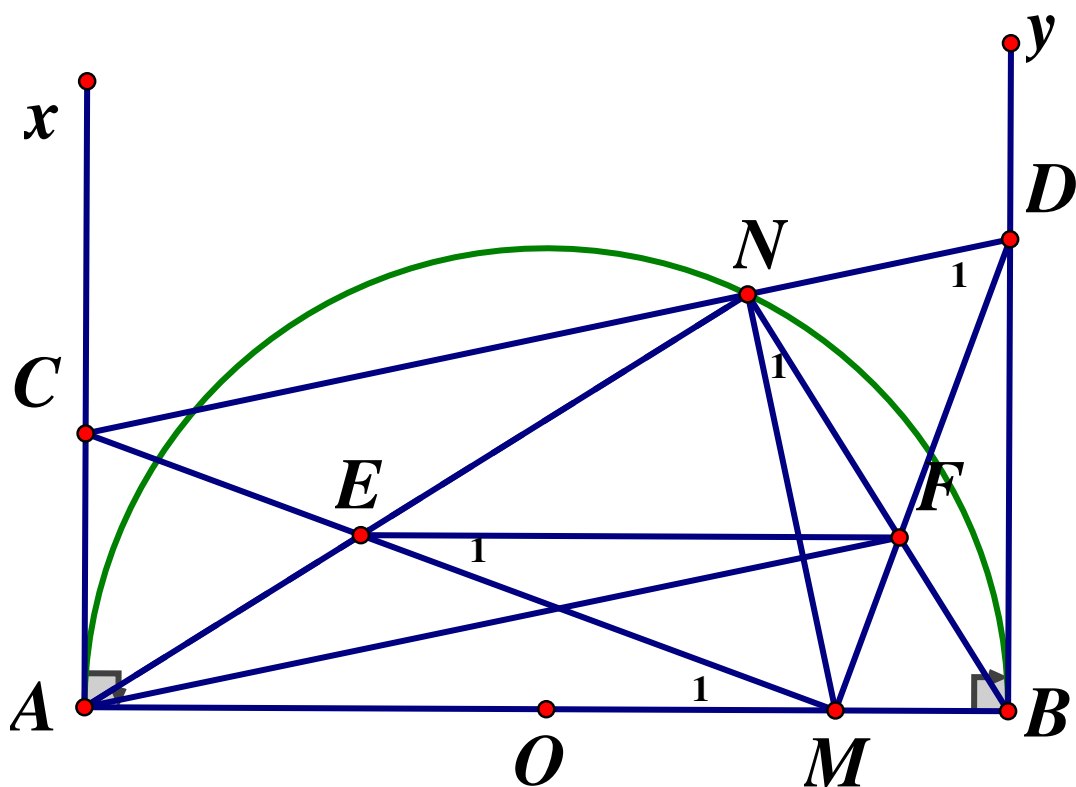
$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 80 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 10x - 8x - 80 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+10) - 8(x+10) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+10)(x-8) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -10(ktm) \\ x = 8(tm) \end{cases}$$

Vậy cuối năm lớp 9A có $8 + 2 = 10$ học sinh giỏi.

Bài 5.



a) Chứng minh tứ giác ACNM nội tiếp

Vì AC là tiếp tuyến của (O) tại A nên $\angle MAC = 90^\circ$

Vì $MN \perp CD$ tại N nên $\angle MNC = \angle MND = 90^\circ$

Xét tứ giác ACNM có: $\angle MAC + \angle MNC = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow ACNM$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°)

b) Chứng minh $AN \cdot MD = NB \cdot CM$

Vì BD là tiếp tuyến của (O) tại B nên $\angle MBD = 90^\circ$

Xét tứ giác BMND có: $\angle MBD + \angle MND = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow BMND$ là tứ giác nội tiếp $\Leftrightarrow \angle MDN = \angle MBN$ (cùng chắn cung MN)

$\Rightarrow \angle ABN = \angle MDC$

Vì ACNM là tứ giác nội tiếp (câu a) $\Rightarrow \angle MAN = \angle MCN$ (cùng chắn cung MN)

$\Rightarrow \angle BAN = \angle MCD$

Xét $\triangle ABN$ và $\triangle CDM$ có: $\angle ABN = \angle MDC$ (cmt); $\angle BAN = \angle MCD$ (cmt)

$\Rightarrow \triangle ABN \sim \triangle CDM$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AN}{CM} = \frac{NB}{MD} \Rightarrow AN \cdot MD = NB \cdot CM$ (đpcm)

c) Chứng minh N, F, B thẳng hàng.

Gọi $E = BN \cap DM$, ta chứng minh $EF \perp BD$

Vì $\triangle ABN \sim \triangle CDM$ (cmt) nên $\angle ANB = \angle CMD$ mà $\angle ANB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \angle CMD = 90^\circ \Rightarrow \angle ENF = \angle EMF = 90^\circ$

Xét tứ giác MENF có $\angle ENF + \angle EMF = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow MENF$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180^0).

$\Rightarrow N_1 = E_1$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung MF)

Mà $N_1 = D_1$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BM) $\Rightarrow E_1 = D_1$ (1)

Vì $\triangle BDM$ vuông tại B nên $D_1 + BMD = 90^0$ (hai góc nhọn trong tam giác vuông phụ nhau)

Mà $BMD + CMD + M_1 = 180^0 \Rightarrow \angle M_1 + \angle BMD = 180^0 - \angle CMD = 180^0 - 90^0 = 90^0$

$\Rightarrow D_1 = M_1$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $E_1 = M_1$ mà hai góc này ở vị trí so le trong nên

$EF \parallel AM$ hay $EF \parallel AB$. Lại có $AB \perp BD(gt) \Rightarrow EF \perp BD$

Vậy đường thẳng qua E vuông góc với BD cắt MD tại $F \in BN(dfcm)$

d) Khi $\angle ABN = 60^0$, tính theo R diện tích

Xét tam giác vuông ABN vuông tại N có $AB = 2R, \angle ABN = 60^0(gt)$ ta có:

$$AN = AB \cdot \sin \angle ABN = 2R \cdot \sin 60^0 = R\sqrt{3}$$

$$BN = AB \cdot \cos \angle ABN = 2R \cdot \cos 60^0 = R$$

$$\Rightarrow S_{ABN} = \frac{1}{2} AN \cdot BN = \frac{1}{2} R\sqrt{3} \cdot R = \frac{R^2\sqrt{3}}{2}$$

Diện tích nửa hình tròn tâm $(O; R)$ là $S_r = \frac{1}{2} \pi R^2$

Vậy diện tích của phần nửa hình tròn tâm O, bán kính R nằm ngoài $\triangle ABN$ là:

$$S = S_r - S_{ABN} = \frac{1}{2} \pi R^2 - \frac{R^2\sqrt{3}}{2} = \frac{R^2}{2} (\pi - \sqrt{3})$$

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
CÀ MAU**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Đề số 12

**ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM HỌC 2020 – 2021**

Môn thi: Toán (không chuyên)

Ngày thi: 23/7/2020

Thời gian : 120 phút

Bài 1. (1,0 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức $A = (5 - \sqrt{11})(5 + \sqrt{11}) - (3 - \sqrt{3})^2$

b) Rút gọn biểu thức $B = \frac{(x\sqrt{y} + y\sqrt{x})(\sqrt{x} - \sqrt{y})}{\sqrt{xy}} \begin{pmatrix} x > 0 \\ y > 0 \end{pmatrix}$

Bài 2.(1,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình: $-3x^4 + x^2 + 10 = 0$

b) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} 3x + 2y = -4 \\ -4x + y = -13 \end{cases}$

Bài 3.(1,5 điểm) Cho Parabol $(P): y = \frac{3}{2}x^2$

a) Vẽ đồ thị (P)

b) Tìm m để đường thẳng $(d): y = x + m$ cắt (P) tại hai điểm phân biệt

Bài 4.(1,5 điểm) Vừa qua, chính phủ đã điều chỉnh giảm 10% giá bán lẻ điện từ bậc 1 đến bậc 4 cho khách hàng sử dụng điện sinh hoạt bị ảnh hưởng bởi dịch Covid – 19 trong ba tháng 4,5,6 của năm 2020. Cụ thể như sau:

BẬC	GIÁ BÁN ĐIỆN (đã làm tròn đến đơn vị đồng/kWh)	
	Tháng 3 (trước điều chỉnh)	Tháng 4 (sau điều chỉnh)
Bậc 1: Cho kWh từ 0 – 50	1678 đồng/kWh	1510 đồng/kWh
Bậc 2: Cho kWh từ 51 – 100	1734 đồng/kWh	1561 đồng/kWh
Bậc 3: Cho kWh từ 101 – 200	2014 đồng/kWh	1813 đồng/kWh
Bậc 4: Cho kWh từ 201 – 300	2536 đồng/kWh	2282 đồng/kWh
Bậc 5: Cho kWh từ 301 – 400	2834 đồng/kWh	2834 đồng/kWh
Bậc 6: Cho kWh từ 401 trở lên	2927 đồng/kWh	2927 đồng/kWh

Dựa vào các số liệu của bảng trên, hãy giải bài toán sau:

Gia đình của dì Năm Huệ đã trả tổng cộng 249580 đồng tiền điện sinh hoạt cho hết tháng 3 và tháng 4 năm 2020. Biết rằng trong hai tháng đó gia đình dì Năm Huệ tiêu thụ hết 155 kWh và mỗi tháng mức điện tiêu thụ chưa đến 100 kWh nhưng lớn hơn 50 kWh. Hãy tính xem điện tiêu thụ trong tháng 4 của gia đình dì Năm Huệ là bao nhiêu kWh ?

Bài 5.(1,5 điểm) Cho phương trình : $x^2 - 2(m + 4)x + m^2 - 8 = 0$ (m : tham số)

a) Giải phương trình khi $m = -1$

- b) Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 và $A = x_1 + x_2 - 3x_1x_2$ đạt giá trị lớn nhất, tìm giá trị lớn nhất đó

Bài 6.

Câu 1. Cho tam giác ABC có các góc đều nhọn. Vẽ các đường cao BD, CE của tam giác ABC . Gọi H là giao điểm của BD, CE

- Chứng minh tứ giác $ADHE$ nội tiếp được đường tròn
- Chứng minh rằng: $DE.AC = BC.AE$
- Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Chứng minh rằng $OA \perp DE$

Câu 2. Tàu ngầm đang ở trên mặt biển bỗng đột ngột lặn xuống theo phương tạo với mặt nước biển một góc 20°

- Nếu tàu chuyển động theo phương lặn xuống $400m$ thì nó ở độ sâu bao nhiêu mét
- Tàu phải chạy bao nhiêu mét để đạt đến độ sâu $1000m$?

(Làm tròn kết quả đến mét)

ĐÁP ÁN

Bài 1.

$$a) A = (5 - \sqrt{11})(5 + \sqrt{11}) - (3 - \sqrt{5})^2 = 25 - 11 - (9 - 6\sqrt{5} + 5) = 6\sqrt{5}$$

$$b) B = \frac{(x\sqrt{y} + y\sqrt{x})(\sqrt{x} - \sqrt{y})}{\sqrt{xy}} \begin{pmatrix} x > 0 \\ y > 0 \end{pmatrix} = \frac{\sqrt{xy}(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})}{\sqrt{xy}} = x - y$$

Bài 2.

$$a) -3x^4 + x^2 + 10 = 0$$

Đặt $t = x^2$, phương trình thành:

$$-3t^2 + t + 10 = 0 \Leftrightarrow -3t^2 + 6t - 5t + 10 = 0 \Leftrightarrow -3t(t - 2) - 5(t - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (t - 2)(-3t - 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2(tm) \\ t = -\frac{5}{3}(ktm) \end{cases} \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$$

$$b) \begin{cases} 3x + 2y = -4 \\ -4x + y = -13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = -4 \\ -8x + 2y = -26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x = 22 \\ y = 4x - 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -5 \end{cases}$$

Vậy $(x; y) = (2; -5)$

Bài 3.

- Học sinh tự vẽ parabol (P)
- Đế (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt

$$\Leftrightarrow \text{phương trình hoành độ giao điểm } \frac{3}{2}x^2 = x + m(1) \text{ có hai nghiệm phân biệt}$$

Ta có $(1) \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 2m = 0$

$$\Delta' = 1 + 6m > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{6}$$

Vậy $m > -\frac{1}{6}$

Bài 4.

Gọi mức tiêu thụ tháng 3 và tháng 4 của nhà đó lần lượt là $a, b(kWh, 50 < a, b < 100)$

Theo bài ra ta có hệ:

$$\begin{cases} a + b = 155 \\ 50.1678 + (a - 50).1734 + 50.1510 + (b - 50).1561 = 249580 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 155 \\ 1734a + 1961b = 254930 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 75 \\ b = 80 \end{cases} (tm)$$

Vậy mức tiêu thụ điện tháng 4 là $80 kWh$

Bài 5.

a) Với $m = -1$ ta có:

$$x^2 - 2(-1 + 4)x + (-1)^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 7x + x - 7 = 0 \Leftrightarrow x(x - 7) + (x - 7) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 7)(x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy khi $m = -1 \Rightarrow S = \{-1; 7\}$

b) Để phương trình đã cho có nghiệm

$$\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow (m + 4)^2 - m^2 + 8 \geq 0 \Leftrightarrow 8m + 24 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -3$$

Áp dụng hệ thức Vi - et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m + 4) \\ x_1 x_2 = m^2 - 8 \end{cases}$. Ta có:

$$A = x_1 + x_2 - 3x_1 x_2 = 2(m + 4) - 3(m^2 - 8)$$

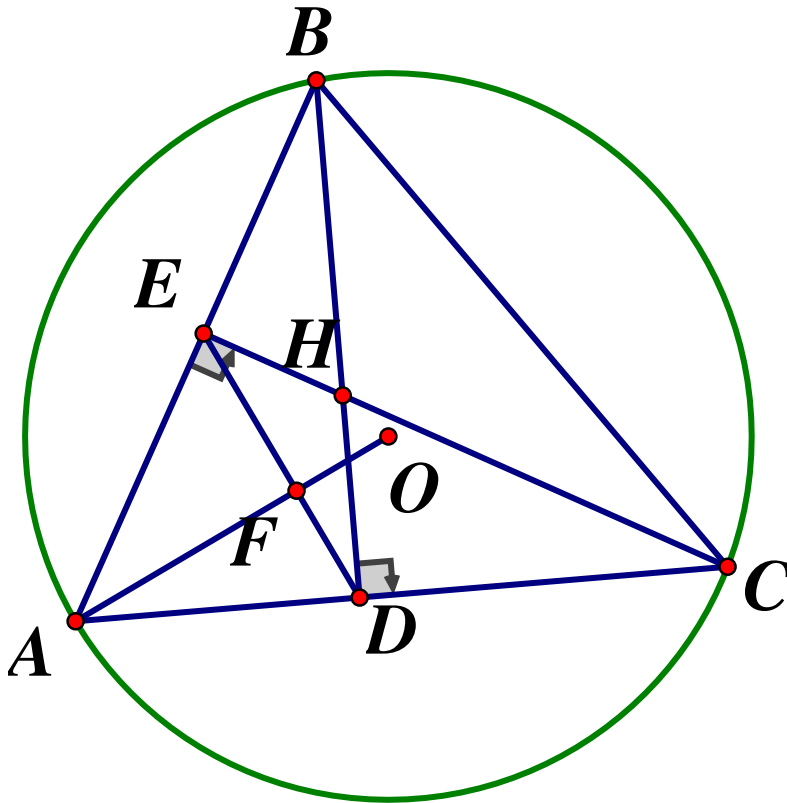
$$= -3m^2 + 2m + 32 = -3\left(m - \frac{1}{3}\right)^2 + 32 + \frac{1}{3}$$

Do $\left(m - \frac{1}{3}\right)^2 \geq 0 (\forall m \geq -3) \Rightarrow A \leq 32 + \frac{1}{3} = \frac{97}{3}$

Vậy $Max A = \frac{97}{3} \Leftrightarrow m = \frac{1}{3} (tmdk)$

Bài 6.

Câu 1.



a) Theo giả thiết, ta có: $AEH = ADH = 90^\circ \Rightarrow$ tứ giác $ADHE$ nội tiếp đường tròn

b) Vì $BDC = BEC = 90^\circ$ (gt) và cùng nhìn cạnh BC nên $BEDC$ là tứ giác nội tiếp

$$\Rightarrow BED + BCD = 180^\circ \Rightarrow BCA = BCD = 180^\circ - BED = DEA$$

Xét $\triangle AED$ và $\triangle ACB$ có: DAE chung; $DEA = BCA$ (cmt)

$$\Rightarrow \triangle AED \sim \triangle ACB (g.g) \Rightarrow \frac{AE}{DE} = \frac{AC}{BC} \Rightarrow DE \cdot AC = BC \cdot AE (dfcm)$$

c) Gọi $OA \cap ED = \{F\}$

$$\text{Ta có: } AFD = 180^\circ - FAD - FDA = 180^\circ - OAC - EDA \quad (1)$$

Xét $\triangle OAC$ có $OA = OC \Rightarrow \triangle OAC$ cân tại O

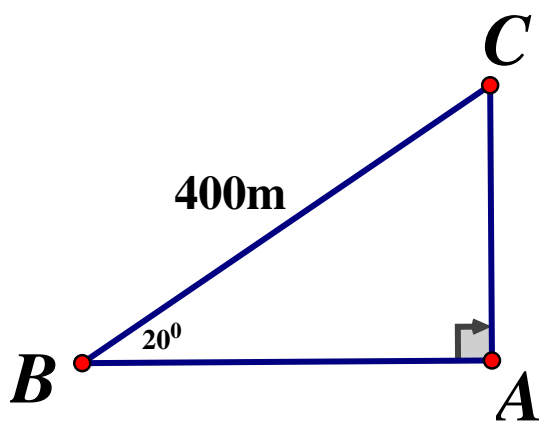
$$\Rightarrow OAC = \frac{180^\circ - AOC}{2} = 90^\circ - ABC \quad (2)$$

$$\text{Lại có: } EDA = ABC \text{ (do } \triangle AED \sim \triangle ACB) \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3)} \Rightarrow AFD = 180^\circ - (90^\circ - ABC) - ABC = 90^\circ$$

$$\Rightarrow AF \perp FD \text{ hay } AO \perp ED (dfcm)$$

Câu 2.



a) Tàu ở độ sâu: $AC = BC \cdot \sin 20^\circ \approx 137(m)$

b) Số mét tàu chạy: $BC = \frac{AC}{\sin 20^\circ} = \frac{1000}{\sin 20^\circ} \approx 2924(m)$

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ CẦN THƠ**

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề số 13

**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2020 – 2021**

Khóa ngày : 24 tháng 7 năm 2020

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài : 120 phút

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Căn bậc ba của 1728 là :

A.12

B.42

C.576

D.1728

Câu 2. Hàm số nào dưới đây là hàm số bậc nhất ?

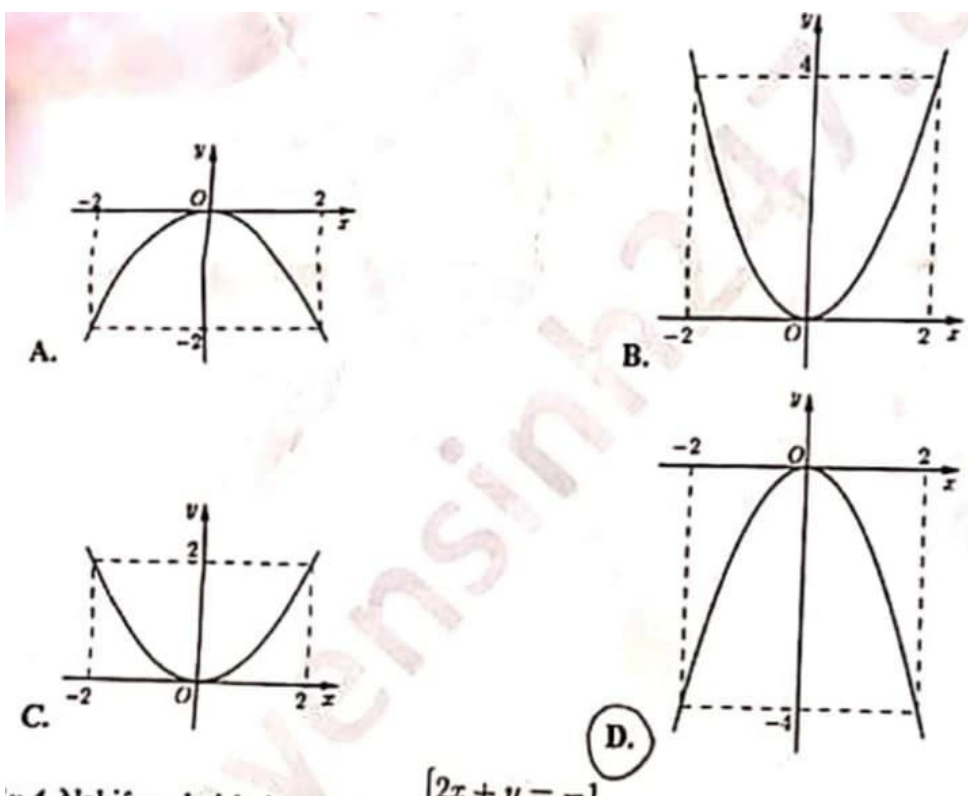
A. $y = -\frac{2}{x}$

B. $y = \sqrt{5x} - 16$

C. $y = 5x - 7$

D. $y = -x^2$

Câu 3. Hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ có đồ thị là hình vẽ nào dưới đây ?



Câu 4. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = -1 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$ là:

A. (3; -2)

B. (-3; 2)

C. (-2; 3)

D. (2; -3)

Câu 5. Diện tích của hình tròn có bán kính $R = 5cm$ bằng

A. $20\pi cm^2$

B. $25\pi cm^2$

C. $50\pi cm^2$

D. $10\pi cm^2$

Câu 6. Điều kiện của x để biểu thức $\sqrt{x-4}$ có nghĩa là :

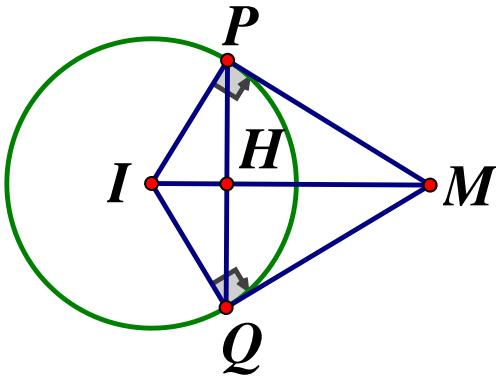
A. $x \leq 4$

B. $x \leq -4$

C. $x \geq 4$

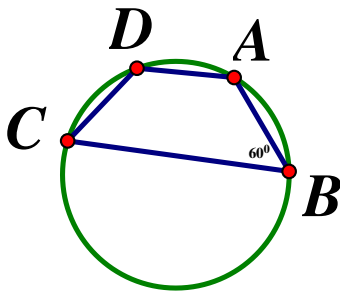
D. $x \geq -4$

Câu 7. Từ một điểm M nằm bên ngoài đường tròn $(I; R)$ vẽ hai tiếp tuyến MP, MQ (hình minh họa phía dưới). Gọi H là giao điểm của PQ và IM . Khẳng định nào dưới đây **sai** ?



- A. $MP^2 = IM^2 - IP^2$ B. $HP = HQ$ C. $IM = R$ D. $MP = MQ$

Câu 8. Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn và $ABC = 60^\circ$. Số đo của góc ADC bằng



- A. 180° B. 60° C. 90° D. 120°

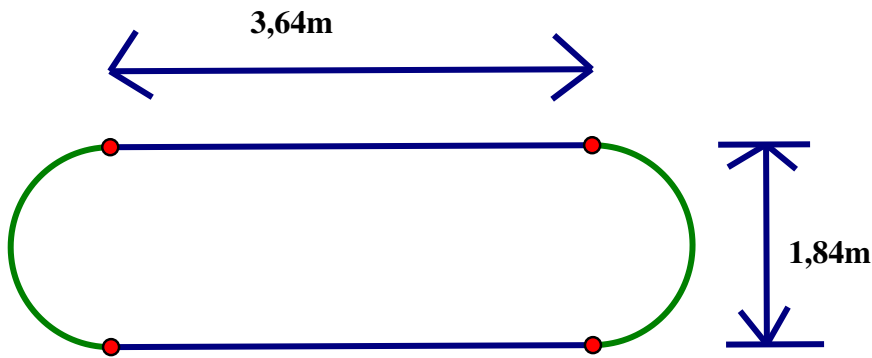
Câu 9. Tập nghiệm của phương trình $x^2 + 2x - 8 = 0$ là:

- A. $\{-4; -2\}$ B. $\{2; 4\}$ C. $\{-2; 4\}$ D. $\{-4; 2\}$

Câu 10. Điểm nào dưới đây là giao điểm của đường thẳng $(d): y = 2x + 1$ và parabol $(P): y = 3x^2$?

- A. $(-1; 3)$ B. $(1; 3)$ C. $(1; -3)$ D. $(-1; -1)$

Câu 11. Một cái bồn chứa xăng gồm hai nửa hình cầu và một hình trụ có kích thước như hình vẽ bên dưới. Thể tích của bồn chứa xăng bằng (lấy giá trị gần đúng của $\pi = 3,14$ và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)



- A. $12,9m^3$ B. $8,1m^3$ C. $12,1m^3$ D. $64,8m^3$

Câu 12. Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi bằng $260m$ và hai lần chiều dài lớn hơn ba lần chiều rộng là $10m$. Chiều dài và chiều rộng của khu vườn đó lần lượt là :

- A. $76m, 54m$ B. $54m, 76m$ C. $80m, 50m$ D. $50m, 80m$

Câu 13. Giá trị của biểu thức $3\sqrt{5} - 4\sqrt{125} + \sqrt{180}$ bằng:

- A. 29 B. $-11\sqrt{5}$ C. -11 D. $29\sqrt{5}$

Câu 14. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2x^2 + 5x + 1 = 0$. Giá trị của biểu thức $x_1 + x_2 - 3x_1x_2$ bằng:

- A. -4 B. 1 C. -1 D. 4

Câu 15. Tất cả giá trị tham số m sao cho hệ phương trình $\begin{cases} mx + 4y = 1 \\ x - y = -1 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất là :

- A. $m \neq -1$ B. $m \neq -4$ C. $m \neq 1$ D. $m \neq 4$

Câu 16. Cho đường tròn (O) có bán kính $R = 5cm$ và đường thẳng (d) cắt (O) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 6cm$. Khoảng cách từ tâm O đến đường thẳng (d) bằng: A. $8cm$ B. $12cm$ C. $2cm$ D. $4cm$

Câu 17. Cho đường thẳng $(d_1): y = ax + b$ đi qua điểm $M(1; 2)$ và đồng thời song song với đường thẳng $(d_2): y = 3x + 4$. Giá trị của biểu thức $a^2 + b^2$ bằng:

- A. 28 B. 27 C. 10 D. 52

Câu 18. Trong mặt phẳng tọa độ, cho $M(-1; 2), N(2; 1), P(1; -2), Q(-2; 1)$. Điểm nào có tọa độ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x + y = 1 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$?

A. Điểm Q

B. Điểm M

C. Điểm N

D. Điểm P

Câu 19. Cho hàm số $y = -3x + b$ có đồ thị đi qua điểm $M(-1; -2)$. Giá trị của b bằng

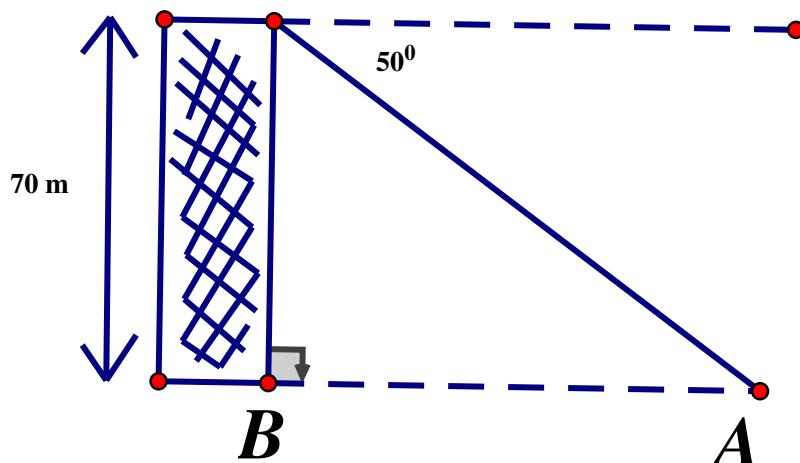
A. 5

B. 1

C. -7

D. -5

Câu 20. Từ đỉnh của một tòa nhà cao $70m$, người ta nhìn thấy một ô tô đang đỗ ở vị trí A với một góc 50° (minh họa như hình vẽ). Khoảng cách từ A đến vị trí B của tòa nhà đó là (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)



A. 45,0m

B. 58,7m

C. 83,4m

D. 53,6m

B. PHẦN TỰ LUẬN (6,0 điểm)

Câu 1. (1,5 điểm) Giải các phương trình và hệ phương trình sau :

a) $3x^2 + 5x - 2 = 0$

b) $4x^4 + 3x^2 - 1 = 0$

c)
$$\begin{cases} -2x + y = -6 \\ 2x - 3y = 10 \end{cases}$$

Câu 2. (1,0 điểm)

a) Vẽ đồ thị của hàm số $y = 2x^2$ b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình

$$x^2 - 2mx + m^2 - 3m + 6 = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt } x_1, x_2 \text{ thỏa mãn}$$

$$x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7(x_1 + x_2) - 12$$

Câu 3. (1,0 điểm) Một trường THCS A tổ chức cho giáo viên và học sinh đi tham quan tại một khu du lịch sinh thái vào cuối năm học. Giá vé vào cổng của mỗi giáo viên và học sinh lần lượt là 70000 đồng và 50 000 đồng. Nhằm thu hút khách du lịch vào dịp hè, khu du lịch này đã giảm 10% cho mỗi vé vào cổng. Biết đoàn tham quan có 150 người và tổng số tiền mua vé là 7 290 000 đồng. Hỏi trường *THCS A* có bao nhiêu giáo viên và bao nhiêu học sinh đi du lịch ?

Câu 4. (2,5 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và $AB < AC$. Vẽ đường cao AH , đường tròn đường kính HB cắt AB tại D và đường tròn đường kính HC cắt AC tại E

- Chứng minh rằng tứ giác $ADHE$ nội tiếp
- Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng DE và BC . Chứng minh $IH^2 = ID.IE$
- Gọi M, N lần lượt là giao điểm của đường thẳng DE với đường tròn đường kính HB và đường tròn đường kính HC . Chứng minh rằng giao điểm của hai đường thẳng BM và CN nằm trên đường thẳng AH .

ĐÁP ÁN

I. Trắc nghiệm

1A 2C 3A 4C 5B 6C 7C 8D 9D 10B
11A 12C 13B 14A 15B 16D 17A 18D 19D 20B

II. Tự luận

Câu 1.

$$a) 3x^2 + 5x - 2 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x - x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x(x+2) - (x+2) = 0 \Leftrightarrow (x+2)(3x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2=0 \\ 3x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$b) 4x^4 + 3x^2 - 1 = 0$$

$$\text{Đặt } x^2 = t (t \geq 0) \Rightarrow \text{pt thành: } 4t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$4t^2 + 4t - t - 1 = 0 \Leftrightarrow 4t(t+1) - (t+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (t+1)(4t-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 (ktm) \\ t = \frac{1}{4} (tm) \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ \pm \frac{1}{2} \right\}$$

$$c) \begin{cases} -2x + y = -6 \\ 2x - 3y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2y = 4 \\ x = \frac{y+6}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất } (x; y) = (2; -2)$$

Câu 2.

- Học sinh tự vẽ đồ thị (P)
- Tìm tất cả giá trị m

$$\text{Phương trình } x^2 - 2mx + m^2 - 3m + 6 = 0 \text{ có hai nghiệm } x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' > 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - m^2 + 3m - 6 > 0 \Leftrightarrow m > 2$$

Vậy $m > 2$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 phân biệt

Áp dụng hệ thức Vi - et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = m^2 - 3m + 6 \end{cases}$. Theo đề bài ta có:

$$x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = 7(x_1 + x_2) - 12$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 - 7(x_1 + x_2) + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 3(m^2 - 3m + 6) - 7.2m + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 3m^2 + 9m - 18 - 14m + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 5m - 6 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 6m + m - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow m(m - 6) + (m - 6) = 0 \Leftrightarrow (m - 6)(m + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 6(tm) \\ m = -1(ktm) \end{cases}$$

Vậy $m = 6$

Câu 3.

Gọi số giáo viên là x (người), (ĐK: $x \in \mathbb{N}^*, x < 150$) $\Rightarrow$ Số học sinh là: $150 - x$ (người)

Số tiền phải trả cho số vé của giáo viên: $70000x$ (đồng)

Số tiền phải trả cho số vé của học sinh là $50000(150 - x)$ (đồng)

Nên tổng số tiền phải trả là $70000x + 50000(150 - x)$ (đồng)

Vì khu du lịch giảm 10% cho mỗi vé vào cổng và đoàn tham quan phải trả là 7290000 đồng nên ta có phương trình:

$$[70000x + 50000(150 - x)].90\% = 7290000$$

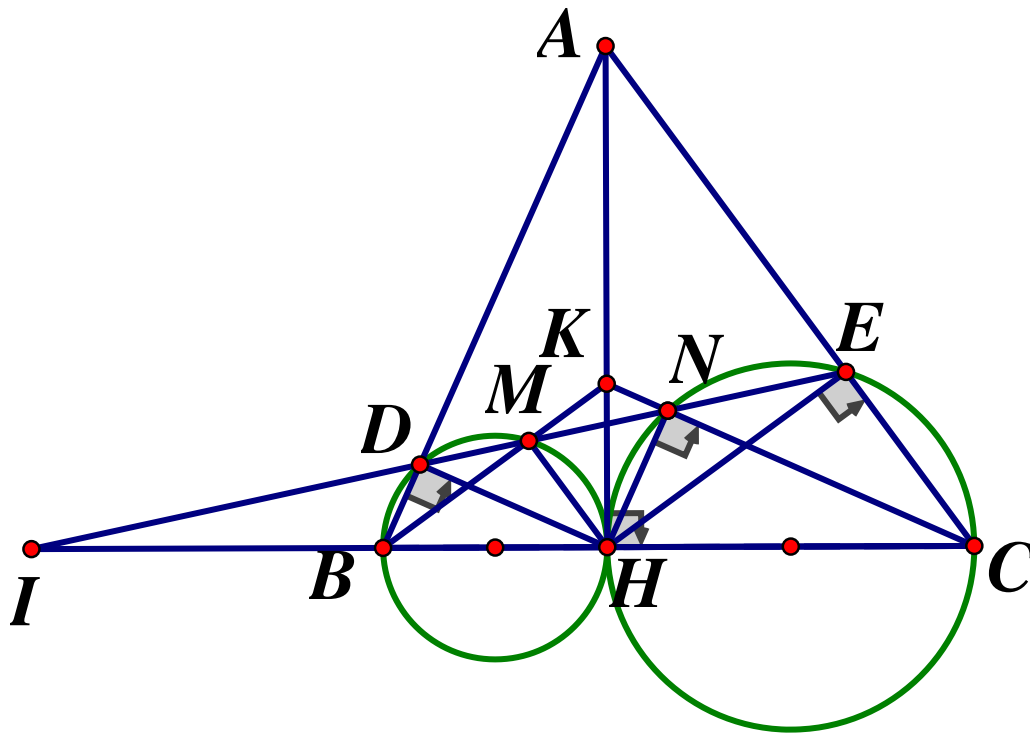
$$\Leftrightarrow [7x + 5(150 - x)].90\% = 729$$

$$\Leftrightarrow 7x + 5(150 - x) = 810 \Leftrightarrow 7x + 750 - 50x = 810$$

$$\Leftrightarrow 2x = 60 \Leftrightarrow x = 30(tm)$$

Vậy trường *THCS A* có 30 giáo viên và $150 - 30 = 120$ học sinh.

Câu 4.



a) Chứng minh rằng tứ giác $ADHE$ nội tiếp

Ta có: BDH là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính $BH \Rightarrow BDH = 90^\circ$

CEH là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính $CH \Rightarrow CEH = 90^\circ$

Xét tứ giác $ADHE$ ta có: $ADH + AEH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow ADHE$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh: $IH^2 = ID.IE$

Ta có: $ADHE$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle DAH = \angle DEH$ (cùng chắn DH)

Hay $BAH = \angle IEH$, lại có $BAH = BHD$ (cùng phụ với $\angle DBH$)

$\Rightarrow BHD = IEH (= BAH)$ hay $BHD = IEH$

Xét $\triangle IDH$ và $\triangle IHE$ ta có: $\angle I$ chung; $IHD = IEH$ (cmt)

$\Rightarrow \triangle IDH \sim \triangle IHE$ (g.g) $\Rightarrow \frac{ID}{IH} = \frac{IH}{IE} \Rightarrow ID.IE = IH^2$ (đpcm)

c) Chứng minh giao điểm hai đường thẳng BM, CN nằm trên đường thẳng AH

Gọi giao điểm của BM và CN là K

Ta có: $\angle BMH$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính $BH \Rightarrow \angle BMH = 90^\circ$

Hay $MH \perp BK$, chứng minh tương tự $\Rightarrow NH \perp KC$

Vì $ADHE$ là tứ giác nội tiếp (cmt) nên $DAH = DEH$ (cùng chắn cung DH) hay

$BAH = MEH$

Vì $BDMH$ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính BD, MH

$\Rightarrow HME = DBH$ (góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

Hay $EMH = ABH$ mà $BAH + ABH = 90^\circ \Rightarrow MBH + HME = 90^\circ$

$\Rightarrow MHE = 90^\circ$ hay $MH \perp HE$

Mà $HE \perp AC \Rightarrow MH \parallel AC$

Lại có: $MH \perp BK$ (cmt) $\Rightarrow BK \perp AC$, chứng minh tương tự: $CK \perp AB$

$\Rightarrow K$ là trực tâm $\Delta ABC \Rightarrow K \in AH$ (đpcm)

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
CAO BẰNG
ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2020-2021

Môn Toán

Thời gian làm bài : 120 phút

Đề số 14

Câu 1. (4,0 điểm)

- 1) Thực hiện phép tính: $5\sqrt{9} - 3\sqrt{4}$
- 2) Tìm a để đồ thị hàm số $y = ax + 5$ đi qua điểm $M(3; -1)$
- 3) Giải hệ phương trình: $2x^2 - 3x + 1 = 0$
- 4) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 4x + 5y = 3 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$$

Câu 2. (2,0 điểm)

Bác An đi x ô tô từ Cao Bằng đến Hải Phòng. Sau khi đi được nửa quãng đường, bác An cho xe tăng vận tốc thêm $5km/h$ nên thời gian đi nửa quãng đường sau ít hơn thời gian đi nửa quãng đường đầu là 30 phút. Hỏi lúc đầu bác An đi xe với vận tốc bao nhiêu? Biết rằng khoảng cách từ Cao Bằng đến Hải Phòng là $360km$.

Câu 3. (1,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A . Biết $AB = 6cm, AC = 8cm$.

- a) Tính độ dài cạnh BC
- b) Kẻ đường cao AH . Tính độ dài đoạn AH

Câu 4. (2,0 điểm)

Qua điểm A nằm ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến AB và AC của đường tròn (B, C là các tiếp điểm)

- a) Chứng minh $ABOC$ là tứ giác nội tiếp
- b) Kẻ đường thẳng qua điểm A cắt đường tròn (O) tại hai điểm E và F sao cho E nằm giữa A và F . Chứng minh $BE.CF = BF.CE$

Câu 5. (1,0 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của biểu thức $A = \frac{1}{2 - \sqrt{3 - x^2}}$

ĐÁP ÁN

Bài 1.

1) Ta có: $5\sqrt{9} - 3\sqrt{4} = 5.3 - 3.2 = 15 - 6 = 9$

2) Vì đồ thị hàm số $y = ax + 5$ đi qua điểm $M(3; -1)$ nên thay $x = 3, y = -1$ vào hàm số $y = ax + 5$ ta được: $-1 = a.3 + 5 \Leftrightarrow 3a = -6 \Leftrightarrow a = -2$

Vậy $a = -2$

3) Ta có: $2x^2 - 3x + 1 = 0$

Phương trình trên có dạng $a + b + c = 0$ nên có hai nghiệm $\begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x = 1; x = \frac{1}{2}$

4) Ta có:

$$\begin{cases} 4x + 5y = 3 \\ x - 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 5y = 3 \\ 4x - 12y = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17y = -17 \\ x = 3y + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 3.(-1) + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; -1)$

Bài 2. Gọi vận tốc lúc đầu của bác An đi là $x(km/h)(x > 0)$

Nửa quãng đường đầu và nửa quãng đường sau đều dài : $360 : 2 = 180(km)$

Thời gian bác An đi nửa quãng đường đầu là $\frac{180}{x}$ (giờ)

Trên nửa quãng đường sau, bác An đi với vận tốc là $x + 5(km/h)$

Thời gian bác An đi nửa quãng đường sau là $\frac{180}{x+5}$ (giờ)

Vì thời gian đi nửa quãng đường sau ít hơn thời gian đi nửa quãng đường đầu là 30 phút $= \frac{1}{2}$ giờ nên ta có phương trình

$$\frac{180}{x} - \frac{180}{x+5} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{180(x+5) - 180x}{x(x+5)} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{180x + 900 - 180x}{x^2 + 5x} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{900}{x^2 + 5x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 + 5x = 1800 \Leftrightarrow x^2 + 5x - 1800 = 0$$

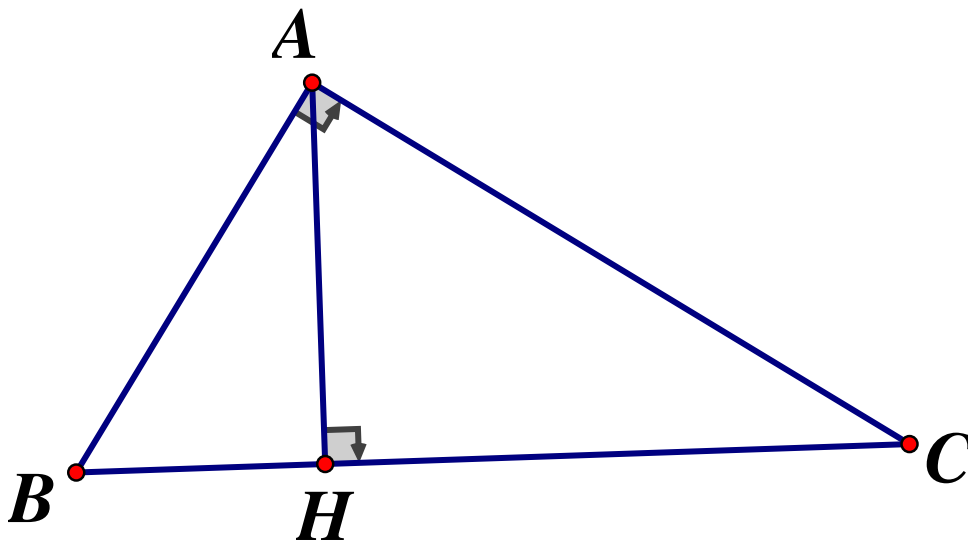
$$\Delta = 5^2 - 4 \cdot (-1800) = 7225 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 85$$

Nên phương trình có hai nghiệm

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-5-85}{2} = -45(km) \\ x_2 = \frac{-5+85}{2} = 40(tm) \end{cases}$$

Vậy lúc đầu bác An đi với vận tốc $40km / h$

Bài 3.



a) Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , theo định lý Pytago ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Leftrightarrow BC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow BC = \sqrt{100} = 10(cm)$$

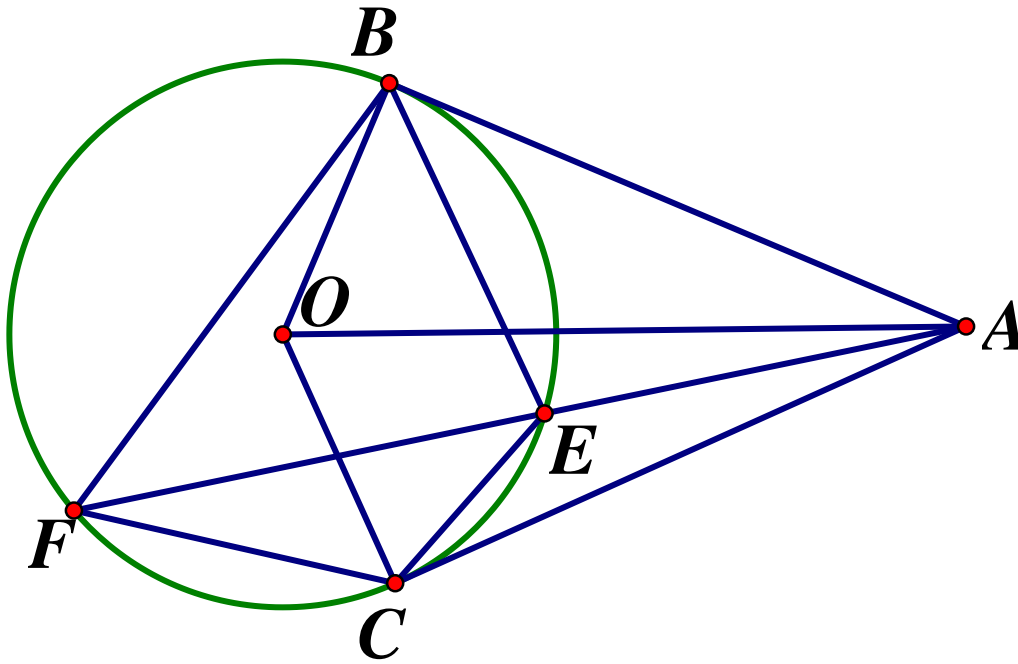
Vậy $BC = 10cm$

b) Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , có chiều cao AH , theo hệ thức lượng trong tam giác vuông,

$$\text{ta có : } AH \cdot BC = AB \cdot AC \Leftrightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{6 \cdot 8}{10} = 4,8(cm)$$

Vậy $AH = 4,8cm$

Bài 4.



a) AB là tiếp tuyến với (O) nên $OB \perp AB \Rightarrow OBA = 90^\circ$

AC là tiếp tuyến với (O) nên $OC \perp AC \Rightarrow OCA = 90^\circ$

Tứ giác $ABOC$ có $OBA + ACO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Do đó $ABOC$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°)

b) Xét $\triangle ABE$ và $\triangle AFB$ có: A chung ; $\angle ABE = \angle AFC$ (cùng chắn cung BE)

$$\Rightarrow \triangle ABE \sim \triangle AFB (g.g) \Rightarrow \frac{AB}{AF} = \frac{BE}{BF} = \frac{AE}{AF} \text{ (các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)}$$

$$\Rightarrow AB.BF = AF.BE \text{ và } AB^2 = AE.AF$$

Xét $\triangle ACE$ và $\triangle AFC$ có:

A chung; $\angle ACE = \angle AFC$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung cùng chắn CE)

$$\Rightarrow \triangle ACE \sim \triangle AFC (g.g) \Rightarrow \frac{AC}{AF} = \frac{CE}{CF} = \frac{AE}{AC} \text{ (các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)}$$

$\Rightarrow AC.CE = AE.CF$. Ta có:

$$AB.BF = AF.BE \quad ; \quad AC.CE = AE.CF$$

$$\Rightarrow AB.BF.AC.CE = AF.BE.AE.CF$$

$$\Rightarrow AB^2.BF.CE = AE.AF.BE.CF$$

$$\text{Mà } AB^2 = AE.AF (cmt) \Rightarrow BF.CE = BE.CF (dfcm)$$

Bài 5.

Điều kiện: $\begin{cases} 3-x^2 \geq 0 \\ 2-\sqrt{3-x^2} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 \leq 3$. Ta có:

$$0 \leq x^2 \leq 3 \Rightarrow 3-0 \geq 3-x^2 \geq 3-3 \Rightarrow 3 \geq 3-x^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} \geq \sqrt{3-x^2} \geq 0 \Leftrightarrow 2-\sqrt{3} \leq 2-\sqrt{3-x^2} \leq 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2-\sqrt{3}} \geq \frac{1}{2-\sqrt{3-x^2}} \geq \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \leq A \leq \frac{1}{2-\sqrt{3}}$$

Vậy *GTNN* của A là $\frac{1}{2} \Leftrightarrow x=0$; *GTLN* của A là $\frac{1}{2-\sqrt{3}} \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{3}$

Đề số 15

Bài 1. (2,0 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{3} + \sqrt{12} - \sqrt{27} - \sqrt{36}$

b) Cho biểu thức $B = \frac{2}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{3\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \begin{pmatrix} x > 0 \\ x \neq 1 \end{pmatrix}$. Rút gọn biểu thức B và

tìm x để $B = 2$

Bài 2. (1,5 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số đã cho

b) Đường thẳng $y = 8$ cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt A và B, trong đó điểm B có hoành độ dương. Gọi H là chân đường cao hạ từ A của tam giác OAB, với O là gốc tọa độ. Tính diện tích tam giác AHB (đơn vị đo trên các trục là xentimet)

Bài 3. (1,5 điểm)

a) Giải phương trình: $3x^2 - 7x + 2 = 0$

b) Biết rằng phương trình $x^2 - 19x + 7 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 , không giải phương trình, hãy tính giá trị biểu thức:

$$P = x_2(2x_1^2 - 38x_1 + x_1x_2 - 3)^2 + x_1(2x_2^2 - 38x_2 + x_1x_2 - 3)^2 + 120$$

Bài 4. (2,0 điểm)

a) Một số tự nhiên nhỏ hơn bình phương của nó là 20 đơn vị. Tìm số tự nhiên đó

b) Quãng đường AB gồm một đoạn lên dốc và một đoạn xuống dốc. Một người đi xe đạp từ A đến B hết 16 phút và đi từ B về A hết 14 phút. Biết vận tốc lúc lên dốc là $10km/h$, vận tốc lúc xuống dốc là $15km/h$ (vận tốc lên dốc, xuống dốc lúc đi và về là như nhau). Tính quãng đường AB

Bài 5. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O đường kính AB. Trên cung nhỏ BC của đường tròn (O) lấy điểm D (không trùng với B và C). Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ C đến AB ($H \in AB$) và E là giao điểm của CH với AD

a) Chứng minh rằng tứ giác BDEH là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh rằng $AB^2 = AE.AD + BH.BA$

c) Đường thẳng qua E song song với AB, cắt BC tại F. Chứng minh rằng:

$\angle CDF = 90^\circ$ và đường tròn ngoại tiếp tam giác OBD đi qua trung điểm của đoạn CF.

ĐÁP ÁN

Bài 1.

$$\begin{aligned} a) A &= \sqrt{3} + \sqrt{12} - \sqrt{27} - \sqrt{36} \\ &= \sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - 6 = -6 \\ \Rightarrow A &= -6 \end{aligned}$$

b) Rút gọn B

Với $x > 0, x \neq 1$, ta có:

$$\begin{aligned} B &= \frac{2}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{3\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{2\sqrt{x}-\sqrt{x}+1+3\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \\ &= \frac{4\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{4(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{4}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } B = \frac{4}{\sqrt{x}}$$

$$\text{Để } B = 2 \Leftrightarrow \frac{4}{\sqrt{x}} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4 (tm)$$

Vậy để $B = 2$ thì $x = 4$

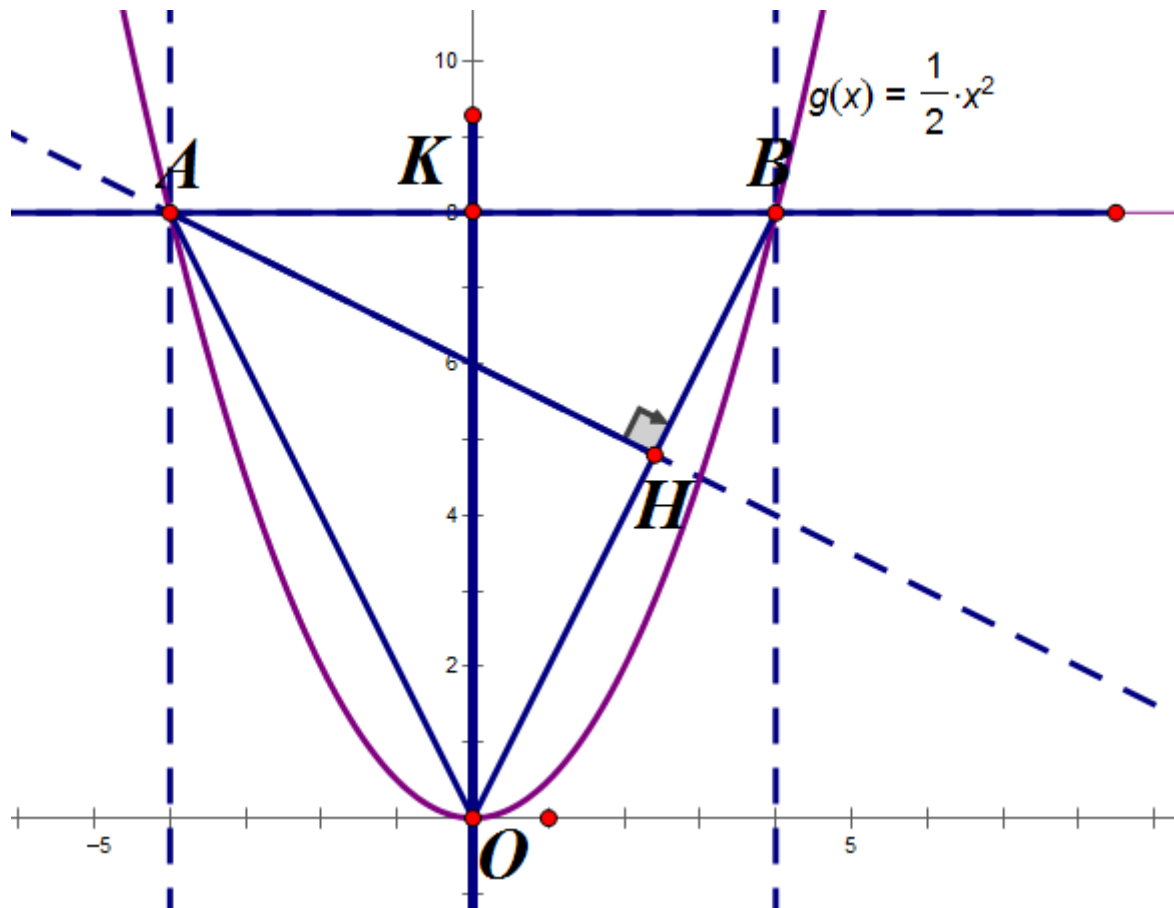
Bài 2.

a) Học sinh tự vẽ đồ thị (P)

b) Tính diện tích tam giác AHB

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và đường thẳng $y = 8$ ta có:

$$\frac{1}{2}x^2 = 8 \Leftrightarrow x = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \Rightarrow A(-4;8) \\ x = -4 \Rightarrow B(4;8) \end{cases} \text{ (do B có hoành độ dương)}$$



Gọi K là giao điểm của đường thẳng $y = 8$ với trục tung $\Rightarrow K(0;8)$

Ta có: $\triangle AOB$ cân tại O , có $OK \perp AB$, $OK = 8cm$, $AB = 8cm$

$$\Rightarrow S_{OAB} = \frac{1}{2} OK \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 = 32(cm^2)$$

Áp dụng định lý Pytago cho $\triangle OBK$ vuông tại K ta có:

$$OB = \sqrt{OK^2 + KB^2} = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5}(cm)$$

$$\text{Lại có: } S_{OAB} = \frac{1}{2} AH \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot 4\sqrt{5} = 32 \Leftrightarrow AH = \frac{16\sqrt{5}}{5}(cm)$$

Áp dụng định lý Pytago vào $\triangle ABH$ vuông tại H ta có:

$$BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{8^2 - \left(\frac{16\sqrt{5}}{5}\right)^2} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$$

$$\Rightarrow S_{ABH} = \frac{1}{2} AH \cdot BH = \frac{1}{2} \cdot \frac{16\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{8\sqrt{5}}{5} = \frac{64}{5} = 12,8(cm^2)$$

Vậy diện tích tam giác ABH là $12,8cm^2$

Bài 3.

a) Giải phương trình : $3x^2 - 7x + 2 = 0$

Phương trình có : $\Delta = 7^2 - 4.3.2 = 25 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = \frac{7 + \sqrt{25}}{6} = 2 \\ x_2 = \frac{7 - \sqrt{25}}{6} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \left\{ \frac{1}{3}; 2 \right\}$

b) Tính giá trị biểu thức

Xét phương trình $x^2 - 19x + 7 = 0$ có $\Delta = 19^2 - 4.7 = 333 > 0 \Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt

Áp dụng hệ thức Vi - ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 19 \\ x_1 x_2 = 7 \end{cases}$

Ta có x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho $\Rightarrow \begin{cases} x_1^2 - 19x_1 + 7 = 0 \\ x_2^2 - 19x_2 + 7 = 0 \end{cases}$

Theo đề bài ta có:

$$\begin{aligned} P &= x_2(2x_1^2 - 38x_1 + x_1x_2 - 3)^2 + x_1(2x_2^2 - 38x_2 + x_1x_2 - 3)^2 + 120 \\ &= x_2[2(x_1^2 - 19x_1 + 7) - 14 + x_1x_2 - 3]^2 + x_1[2(x_2^2 - 19x_2 + 7) - 14 + x_1x_2 - 3]^2 \\ &= x_2(x_1x_2 - 17)^2 + x_1(x_1x_2 - 17)^2 = (x_1x_2 - 17)^2(x_1 + x_2) = (7 - 17)^2 \cdot 19 = 1900 \end{aligned}$$

Bài 4.

a) Tìm số tự nhiên đó.

Gọi số tự nhiên cần tìm là $x(x \in \mathbb{N})$, Bình phương của số tự nhiên x là x^2

Vì số tự nhiên cần tìm nhỏ hơn bình phương của nó 20 đơn vị nên ta có phương trình:

$$x^2 - x = 20 \Leftrightarrow x^2 - x - 20 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4x - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 5) + 4(x - 5) = 0 \Leftrightarrow (x - 5)(x + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 5 = 0 \\ x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5(tm) \\ x = -4(ktm) \end{cases}$$

Vậy số tự nhiên cần tìm là 5

b) Tính quãng đường AB

Gọi quãng đường lên dốc lúc đi là $x(km)$, quãng đường xuống dốc lúc đi là $y(km)$

(DK : $x, y > 0$)

Xét tứ giác $BDEH$ có: $EDB + EHB = 90^0 + 90^0 = 180^0 \Rightarrow BDEH$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh rằng $AB^2 = AE.AD + BH.BA$

Vì $ABCD$ là tứ giác nội tiếp (O) nên $ADC = ABC$ (cùng chắn AC) (1)

Ta lại có:

$$ABC + CAB = 90^\circ (\text{do } \triangle ABC \text{ có } ACB = 90^\circ)$$

$$ACH + CAB = 90^\circ (\text{do } \triangle ACH \text{ vuông tại H})$$

$$\Rightarrow ABC = ACH (2) (\text{cùng phụ } CAB)$$

Từ (1) và (2) suy ra $ADC = ACH (= ABC)$ hay $ADC = ACE$

Xét $\triangle ACE$ và $\triangle ADC$ có: CAD chung ; $ACE = ADC$ (cmt) $\Rightarrow \triangle ACE \sim \triangle ADC$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AC}{AD} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow AC^2 = AE.AD (*)$$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại C, đường cao CH ta có:

$$BC^2 = BH.BA (2*) (\text{hệ thức lượng trong tam giác vuông})$$

Từ (*) và (2*) suy ra $AC^2 + BC^2 = AE.AD + BH.BA$

Lại có $\triangle ABC$ vuông tại C nên $AC^2 + BC^2 = AB^2$ (định lý Pytago)

Vậy $AB^2 = AE.AD + BH.BA$

c) Đường thẳng E.....

*) Vì $EF \parallel AB$ (gt) nên $CFE = CBA$ (đồng vị)

Mà $CBA = CDA$ (hai góc nội tiếp cùng chắn AC) $\Rightarrow CFE = CDA$

$\Rightarrow$ Tứ giác $CDFE$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau) $\Rightarrow CDF + CEF = 180^\circ$

Ta lại có:

$$\begin{cases} CH \perp AB \text{ (gt)} \\ EF \parallel AB \text{ (gt)} \end{cases} \Rightarrow EF \perp CH \Rightarrow CEF = 90^\circ$$

$$\Rightarrow CDF = 180^\circ - CEF = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \text{ (dfcm)}$$

*) Gọi I là giao điểm của CF và đường tròn ngoại tiếp $\triangle OBD$. Ta có:

$$ADB = ADF + FDB = 90^\circ \quad ; \quad CDF = ADF + CDA = 90^\circ$$

$$\Rightarrow FDB = CDA (\text{cùng phụ với } ADF)$$

Mà $CDA = CBA$ (hai góc nội tiếp cùng chắn AC) $\Rightarrow FDB = CBA (= CDA)$

Mà $CBA = OBI = ODI$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung OI)

$$\Rightarrow FDB = ODI \Rightarrow FDB + ODF = ODI + ODF \Rightarrow ODB = IDF \quad (3)$$

Ta có: tứ giác $CDFE$ nội tiếp (cmt) nên $\angle IFD = \angle CFD = \angle CED = \angle AEH$ (hai góc nội tiếp cùng chắn CD)

Ta lại có: $\angle AEH + \angle EAH = 90^\circ$; $\angle ABD + \angle BAD = 90^\circ$

Mà $\angle EAH = \angle BAD$ nên $\angle AEH = \angle ABD = \angle OBD \Rightarrow \angle IFD = \angle OBD$ (4)

Lại có: $OD = OB$ (=bán kính) nên $\triangle OBD$ cân tại O , do đó $\angle OBD = \angle ODB$ (5)

Từ (3), (4); (5) suy ra $\angle IDF = \angle IFD \Rightarrow \triangle IDF$ cân tại $I \Rightarrow ID = IF$ (3*)

Ta có: $\angle IDF + \angle IDC = \angle CDF = 90^\circ$

$\angle IFD + \angle ICD = 90^\circ$ (do $\triangle CDF$ vuông tại D)

$\Rightarrow \angle IDC = \angle ICD \Rightarrow \triangle ICD$ cân tại I nên $IC = ID$ (4*)

Từ (3*) và (4*) suy ra $IC = IF (= ID)$

Vậy I là trung điểm của CF .

Đề số 16

Câu 1. (2,0 điểm)

- 1) Tính giá trị của biểu thức $M = \sqrt{4a^2} + 3a$ tại $a = 2$
- 2) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ -x + 3y = 2 \end{cases}$$
- 3) Giải phương trình: $2x^2 - 9x + 4 = 0$

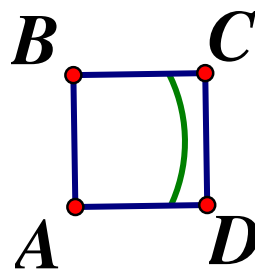
Câu 2. (2,0 điểm) Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{3 + \sqrt{x}} + \frac{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} + 6)}{9 - x} \right) : \frac{2\sqrt{x} + 1}{6 - \sqrt{4x}}$

- 1) Tìm điều kiện của x để biểu thức P có nghĩa và rút gọn P
- 2) Tìm các giá trị của x sao cho $\sqrt{x}$ và P là những số nguyên

Câu 3. (2,0 điểm)

- 1) Tìm a, b để đường thẳng $y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = 4x + 5$ và cắt đồ thị hàm số $y = x^2$ tại hai điểm $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ phân biệt thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 10$

2) Một vườn cỏ hình vuông $ABCD$ có cạnh $20m$ như hình vẽ. Người ta buộc một con dê bằng sợi dây thừng dài $20m$ tại trung điểm E của cạnh AB . Tính diện tích phần cỏ mà con dê đó có thể ăn được (kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân)



Câu 4. (3,0 điểm)

Cho hai đường tròn bằng nhau $(O; R)$ và $(O'; R)$ cắt nhau tại hai điểm A và B sao cho $AB = R$. Kẻ đường kính AC của đường tròn (O) . Gọi E là một điểm bất kỳ trên cung nhỏ BC ($E \neq B; C$), CB và EB lần lượt cắt đường tròn (O) tại các điểm thứ hai là D và F

- a) Chứng minh $AFD = 90^\circ$
- b) Chứng minh $AE = AF$
- c) Gọi P là giao điểm của CE và FD . Gọi Q là giao điểm của AP và EF . Chứng minh AP là đường trung trực của EF

d) Tính tỉ số $\frac{AP}{AQ}$

Câu 5. (1,0 điểm) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 1$. Tìm giá trị nhỏ

nhất của biểu thức: $Q = \frac{(1-c)^2}{\sqrt{2(b+c)^2 + bc}} + \frac{(1-a)^2}{\sqrt{2(c+a)^2 + ca}} + \frac{(1-b)^2}{\sqrt{2(a+b)^2 + ab}}$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

1) $M = \sqrt{4 \cdot 2^2} + 3a = 10$

2) $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ -x + 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = 1 + 2 \cdot 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 3 \end{cases}$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (7; 3)$

3) Giải phương trình: $2x^2 - 9x + 4 = 0$

Phương trình có $\Delta = (-9)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4 = 49 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{9 - \sqrt{49}}{4} = \frac{1}{2} \\ x_2 = \frac{9 + \sqrt{49}}{4} = 4 \end{cases}$$

Vậy $S = \left\{ \frac{1}{2}; 4 \right\}$

Câu 2.

1) Tìm điều kiện và rút gọn P

Điều kiện: $\begin{cases} x \geq 0 \\ 9 - x \neq 0 \\ 6 - \sqrt{4x} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 9 \\ 4x \neq 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 9 \end{cases}$

$$\begin{aligned}
P &= \left(\frac{1}{3+\sqrt{x}} + \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+6)}{9-x} \right) : \frac{2\sqrt{x}+1}{6-\sqrt{4x}} \\
&= \left[\frac{1}{3+\sqrt{x}} + \frac{x+7\sqrt{x}+6}{(3-\sqrt{x})(3+\sqrt{x})} \right] : \frac{2\sqrt{x}+1}{2(3-\sqrt{x})} \\
&= \frac{3-\sqrt{x}+x+7\sqrt{x}+6}{(3-\sqrt{x})(3+\sqrt{x})} \cdot \frac{2(3-\sqrt{x})}{2\sqrt{x}+1} = \frac{x+6\sqrt{x}+9}{(3+\sqrt{x})} \cdot \frac{2}{2\sqrt{x}+1} \\
&= \frac{(\sqrt{x}+3)^2}{(3+\sqrt{x})} \cdot \frac{2}{2\sqrt{x}+1} = \frac{2\sqrt{x}+6}{2\sqrt{x}+1}
\end{aligned}$$

2) Điều kiện $x \geq 0, x \neq 9$

Để $\sqrt{x}$ là số nguyên thì x phải là số chính phương

Ta có:
$$P = \frac{2\sqrt{x}+6}{2\sqrt{x}+1} = \frac{2\sqrt{x}+1+5}{2\sqrt{x}+1} = 1 + \frac{5}{2\sqrt{x}+1}$$

Để $P \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{5}{2\sqrt{x}+1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow 5 : (2\sqrt{x}+1)$ hay $2\sqrt{x}+1 \in U(5) = \{5; 1\}$ (do $2\sqrt{x}+1 > 0$)

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x}+1=1 \\ 2\sqrt{x}+1=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=4 \end{cases} (tm)$$

Vậy $x \in \{0; 4\}$ thỏa mãn bài toán.

Câu 3.

1) Tìm a, b để....

Vì đường thẳng $y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = 4x + 5$ nên $\begin{cases} a = 4 \\ b \neq 5 \end{cases}$

Khi đó phương trình đường thẳng cần tìm có dạng $y = 4x + b (b \neq 5)$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = 4x + b (b \neq 5)$ và parabol $y = x^2 : x^2 = 4x + b \Leftrightarrow x^2 - 4x + b = 0 (*)$

Để đường thẳng $y = 4x + b (b \neq 5)$ cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow (-2)^2 - b = 4 - b > 0 \Leftrightarrow b < 4. \text{ Áp dụng định lý Vi - et ta có:}$$

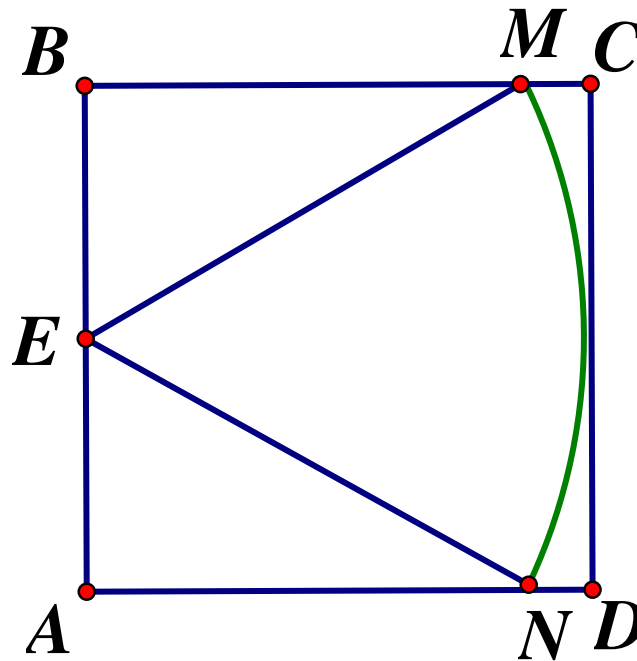
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 x_2 = b \end{cases}. \text{ Theo bài ra ta có:}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 10 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 10$$

$$\Leftrightarrow 4^2 - 2b = 10 \Leftrightarrow b = 3(tm)$$

Vậy $a = 4, b = 3$

2) Tính diện tích....



Ta có: $EM = EN = 20cm$

Vì E là trung điểm của AB nên $EA = EB = \frac{1}{2}AB = 10(m)$

Áp dụng định lý Pytago trong các tam giác vuông ta có:

$$BM^2 = EM^2 - EB^2 = 20^2 - 10^2 = 300 \Rightarrow BM = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}(m)$$

Tương tự ta có: $AN = BM = 10\sqrt{3}(m)$

$$S_{BEM} = \frac{1}{2}BE.BM = \frac{1}{2}.10.10\sqrt{3} = 50\sqrt{3}(m^2)$$

$$S_{AEN} = \frac{1}{2}EA.AN = \frac{1}{2}.10.10\sqrt{3} = 50\sqrt{3}(m^2)$$

Xét tam giác vuông BEM ta có: $\cos BEM = \frac{BE}{BM} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle BEM = 60^\circ$

Tương tự xét tam giác vuông AEN ta có: $\cos \angle AEN = \frac{AE}{EN} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle AEN = 60^\circ$

Ta có:

$$\angle BEM + \angle AEN + \angle MEN = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle MEN = 180^\circ - \angle BEM - \angle AEN = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ$$

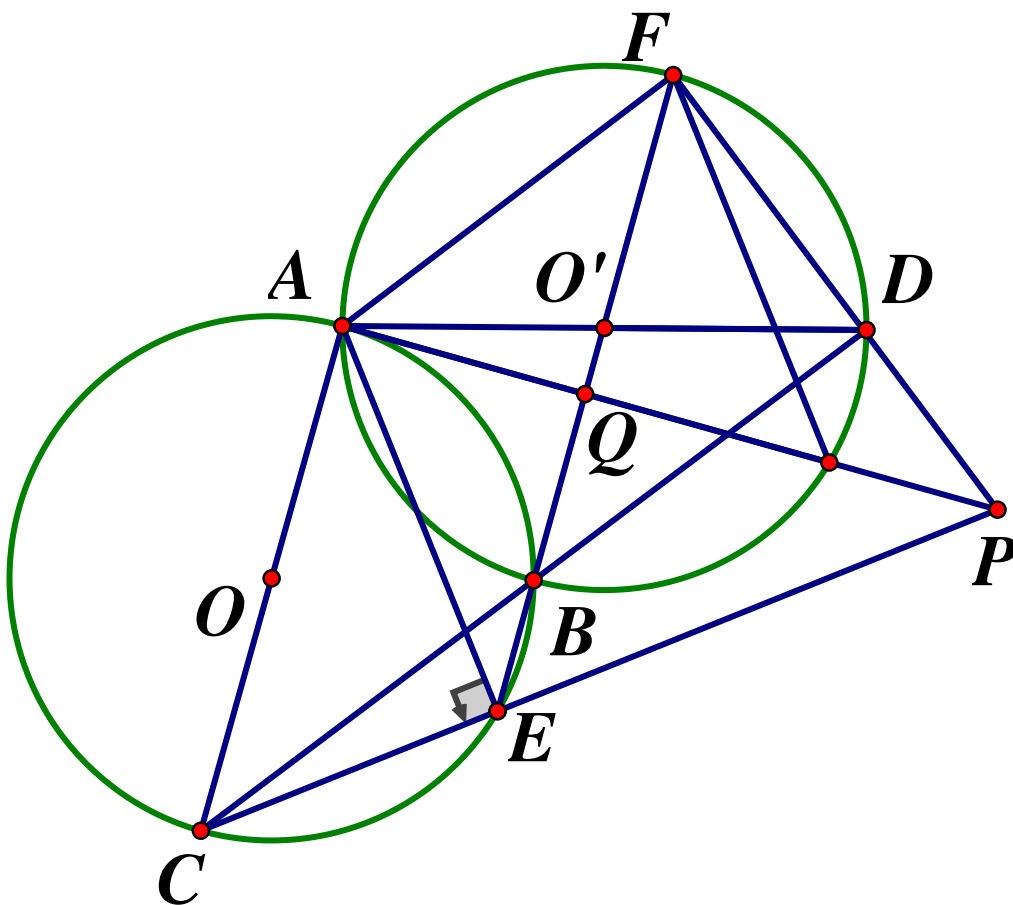
$$\Rightarrow \angle MEN = 60^\circ$$

Diện tích hình quạt EMN , bán kính $20m$: $S_{qEMN} = \frac{\pi R^2 \cdot 60}{360} = \frac{200\pi}{3} (m^2)$

Vậy diện tích phần con dê có thể ăn là :

$$S = S_{BEM} + S_{AEN} + S_{EMN} = 50\sqrt{3} + 50\sqrt{3} + \frac{200\pi}{3} \approx 382,64 (m^2)$$

Câu 4.



1) Chứng minh $\angle AFD = 90^\circ$

Ta có: $\angle ABC$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn $(O; R)$

$$\Rightarrow \angle ABC = 90^\circ \Rightarrow \angle ABD = 90^\circ \text{ (hai góc kề bù)}$$

Mà $\angle ABD$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên AD là đường kính $(O'; R)$

Lại có: $\angle AFD$ là góc nội tiếp chắn cung $AD \Rightarrow \angle AFD = 90^\circ$ (đpcm)

2) Chứng minh $AE = AF$

Ta có: $\angle AEB = \angle ACB$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AB của (O)) hay

$$\angle AEF = \angle ACD \quad (1)$$

$$\angle AFB = \angle ADB \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung } AB \text{ của } (O'))$$

$$\text{Hay } \angle AFE = \angle ADC \quad (2)$$

Ta có: $AD = AC = 2R \Rightarrow \triangle ADC$ cân tại $A \Rightarrow \angle ACD = \angle ADC \quad (3)$

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \angle AEF = \angle AFE \Rightarrow \triangle AEF$ là tam giác cân $\Rightarrow AE = AF$

3) Chứng minh AP là đường trung trực của EF

Ta có: $AE = AF$ (cmt) $\Rightarrow A$ thuộc đường trung trực của EF . (4)

Xét $\triangle AEP$ và $\triangle AFP$ ta có:

$AE = AF$ (cmt); $\angle AEP = \angle AFD = 90^\circ$; AP chung $\Rightarrow \triangle AEP = \triangle AFP$ (ch - cv) $\Rightarrow PE = PF$ (hai cạnh tương ứng bằng nhau)

$$\Rightarrow P \text{ thuộc đường trung trực của } EF \quad (5)$$

Từ (4) và (5) suy ra AP là đường trung trực của EF (đpcm)

4) Tính tỉ số $\frac{AQ}{AP}$

Ta có: AP là đường trung trực của EF (cmt) $\Rightarrow AP \perp EF = \{Q\}$

Áp dụng hệ thức lượng cho $\triangle AFP$ vuông tại F có đường cao FQ ta có:

$$AF^2 = AQ \cdot AP \Rightarrow AP = \frac{AF^2}{AQ} \Rightarrow \frac{AQ}{AP} = \frac{AQ^2}{AF^2}$$

Xét $\triangle AFQ$ vuông tại Q ta có:

$$\sin \angle AFQ = \frac{AQ}{AF} \Rightarrow \sin \angle ADB = \frac{AQ}{AF} = \frac{AB}{AD} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{AQ}{AF} \right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{AQ}{AP} = \frac{1}{4}. \text{ Vậy } \frac{AQ}{AP} = \frac{1}{4}$$

Câu 5.

Do $\begin{cases} a, b, c > 0 \\ a + b + c = 1 \end{cases} \Rightarrow 0 < a, b, c < 1$. Ta có:

$$bc \leq \left(\frac{b+c}{2} \right)^2 = \frac{(b+c)^2}{4}$$

$$\Rightarrow 2(b+c)^2 + bc \leq 2(b+c)^2 + \frac{(b+c)^2}{4} = \frac{9(b+c)^2}{4}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2(b+c)^2 + bc} \leq \sqrt{\frac{9(b+c)^2}{4}} = \frac{3(b+c)}{2} \text{ (do } b, c > 0)$$

$$\Rightarrow \frac{(1-c)^2}{\sqrt{2(b+c)^2 + bc}} \geq \frac{(1-c)^2}{\frac{3(b+c)}{2}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{(1-c)^2}{b+c} = \frac{2}{3} \cdot \frac{(1-c)^2}{1-a}$$

Chứng minh tương tự ta có:

$$\frac{(1-a)^2}{\sqrt{2(c+a)^2 + ca}} \geq \frac{2}{3} \cdot \frac{(1-a)^2}{1-b} \quad ; \quad \frac{(1-b)^2}{\sqrt{2(a+b)^2 + ab}} \geq \frac{2}{3} \cdot \frac{(1-b)^2}{1-c}$$

Khi đó ta có:

$$\begin{aligned} Q &= \frac{(1-c)^2}{\sqrt{2(b+c)^2 + bc}} + \frac{(1-a)^2}{\sqrt{2(c+a)^2 + ca}} + \frac{(1-b)^2}{\sqrt{2(a+b)^2 + ab}} \\ &\geq \frac{2}{3} \left[\frac{(1-c)^2}{1-a} + \frac{(1-a)^2}{1-b} + \frac{(1-b)^2}{1-c} \right] \\ &\geq \frac{2}{3} \cdot \frac{(1-c+1-a+1-b)^2}{1-a+1-b+1-c} = \frac{2}{3} \cdot \frac{[3-(a+b+c)]^2}{3-(a+b+c)} = \frac{2}{3} \cdot \frac{(3-1)^2}{3-1} = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b=c \\ a+b+c=1 \end{cases} \Leftrightarrow a=b=c=\frac{1}{3}$$

$$\text{Vậy } \min Q = \frac{4}{3} \Leftrightarrow a=b=c=\frac{1}{3}$$

Đề số 17

Bài 1. (2,0 điểm)

a) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$

Tính tổng $S = x_1 + x_2$ và tích $P = x_1 x_2$

b) Giải phương trình: $x^2 - x + 5 = x^2 + 2x - 1$

c) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 4x - 3y = -10 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$$

Bài 2. (2,0 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{x}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2}$ với $x \geq 0, x \neq 4$

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tìm tất cả các giá trị của x để $A > 1$

Bài 3. (2,0 điểm)

a) Vẽ Parabol $(P): y = 2x^2$

b) Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 3m - 1 = 0$ (m là tham số)

Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 = 10$.

Bài 4. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Hai đường cao của tam giác ABC là AD, BE cắt nhau tại H ($D \in BC, E \in AC$)

a) Chứng minh: $CDHE$ là tứ giác nội tiếp một đường tròn

b) Chứng minh: $HA.HD = HB.HE$

c) Gọi điểm I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $CDHE$. Chứng minh IE là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AB

Bài 5. (1,0 điểm) Cho các số thực dương $x, y > 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x^2}{y-1} + \frac{y^2}{x-1}$

ĐÁP ÁN

Bài 1.

a) Tính tổng S và tích P

Phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$ có $a + b + c = 1 - 3 + 2 = 0$ nên có hai nghiệm phân

$$\text{biệt: } \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \end{cases} \cdot \text{ Khi đó ta có: } \begin{cases} S = x_1 + x_2 = 1 + 2 = 3 \\ P = x_1 x_2 = 1 \cdot 2 = 2 \end{cases}$$

Vậy $S = 3; P = 2$

$$b) x^2 - x + 5 = x^2 + 2x - 1 \Leftrightarrow 2x + x = 5 + 1 \Leftrightarrow 3x = 6 \Leftrightarrow x = 2$$

Vậy nghiệm của phương trình là $S = \{2\}$

$$c) \begin{cases} 4x - 3y = -10 \\ x + 2y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 3y = -10 \\ 4x + 8y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11y = 22 \\ x = 3 - 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (-1; 2)$

Bài 2.

a) Rút gọn biểu thức:

Với $x \geq 0, x \neq 4$ ta có:

$$\begin{aligned} A &= \frac{x}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} = \frac{x + \sqrt{x} + 2 + \sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \\ &= \frac{x + 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \end{aligned}$$

b) Tìm tất cả các giá trị x

Ta có:

$$\begin{aligned} A > 1 &\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} > 1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}-2} > 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{x}-2} > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} - 2 > 0 \text{ (do } 2 > 0) \Rightarrow x > 4 \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện, ta có $x > 4(tm)$

Bài 3.

a) Học sinh tự vẽ

b) Tìm tham số m.....

Để phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 3m - 1 = 0(*)$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thì $\Delta' > 0$

$$\Leftrightarrow (m+1)^2 - m^2 - 3m + 1 > 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 - m^2 - 3m + 1 > 0$$

$$\Leftrightarrow -m + 2 > 0 \Leftrightarrow m < 2$$

Khi đó, áp dụng định lý Vi – et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) = 2m+2 \\ x_1 x_2 = m^2 + 3m - 1 \end{cases}$$

Theo bài ra ta có: $x_1^2 + x_2^2 = 10$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 10$$

$$\Leftrightarrow (2m+2)^2 - 2(m^2 + 3m - 1) = 10$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 + 8m + 4 - 2m^2 - 6m + 2 = 10$$

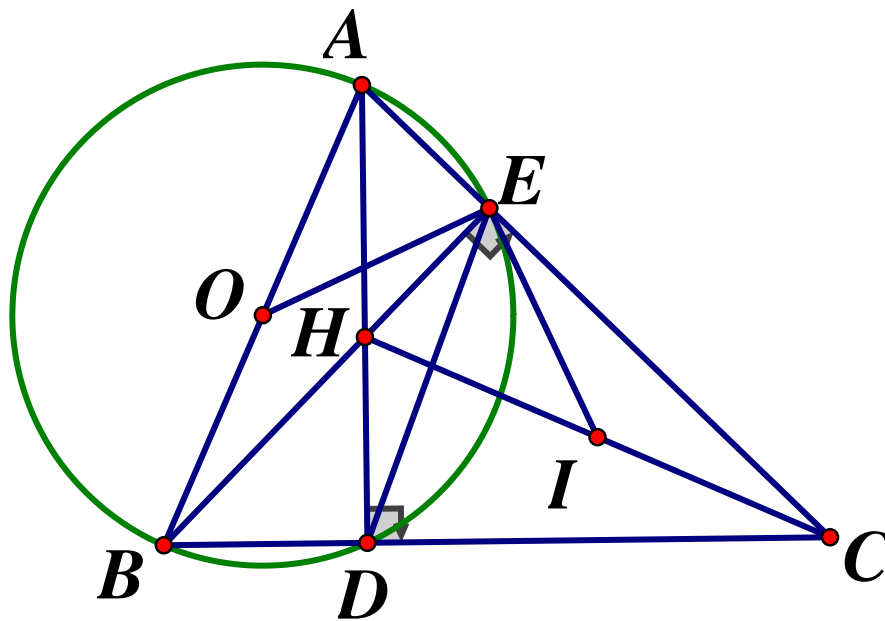
$$\Leftrightarrow 2m^2 + 2m - 4 = 0 \Leftrightarrow m^2 + m - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - m + 2m - 2 = 0 \Leftrightarrow m(m-1) + 2(m-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (m+2)(m-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-2 \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy $m=1$ hoặc $m=-2$

Bài 4.



a) Chứng minh tứ giác CDHE nội tiếp

Ta có: AD, BE là hai đường cao của

$$\Delta ABC(gt) \Rightarrow \begin{cases} AD \perp BC = \{D\} \\ BE \perp AC = \{E\} \end{cases} \Rightarrow \angle ADC = \angle BEC = 90^\circ$$

Xét tứ giác $CDHE$ ta có: $\angle HDC + \angle HEC = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow CDHE$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh $HA.HD = HB.HE$

Xét ΔHAE và ΔHBD ta có:

$$AHE = BHD \text{ (đối đỉnh); } AEH = BDH = 90^0$$

$$\Rightarrow \Delta AHE \sim \Delta BHD (g.g) \Rightarrow \frac{AH}{BH} = \frac{HE}{HD} \Rightarrow AH.DH = BH.EH \text{ (đpcm)}$$

c) Chứng minh IE là tiếp tuyến

Xét tứ giác $ABDE$ ta có: $ADB = AEB = 90^0$, mà hai đỉnh D, E là hai đỉnh liên tiếp của tứ giác $\Rightarrow ABDE$ là tứ giác nội tiếp

Lại có: ΔAEB vuông tại $E \Rightarrow A, B, D, E$ cùng thuộc đường tròn tâm O đường kính AB

Ta có: $ABDE$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow EDC = BAE$ (góc ngoài tại 1 đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện) (1)

Ta có: I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $CDHE \Rightarrow I$ là trung điểm của HC

ΔECH vuông tại E có đường trung tuyến $EI \Rightarrow EI = HI = \frac{1}{2}HC$ (đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác vuông)

$$\Rightarrow \Delta HEI \text{ cân tại } I \Rightarrow IEH = IHE \text{ (tính chất tam giác cân) hay } \angle IEH = \angle EHC \quad (2)$$

$$\text{Tứ giác } CDHE \text{ là tứ giác nội tiếp (cmt)} \Rightarrow CDE = CHE \text{ (cùng chắn } EC) \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) suy ra $EDC = BAE = HEI$

$$\Delta AOE \text{ cân tại } O \text{ (} OA = OE \text{)} \Rightarrow OEB = OBE \text{ (tính chất tam giác cân)}$$

$$\text{Hay } BAE = OEA \text{ mà } OBE + BAE = 90^0 \Rightarrow OEB + HEI = 90^0 \Rightarrow OE \perp EI$$

$$\Rightarrow EI \text{ là tiếp tuyến của đường tròn đường kính } AB \text{ (đpcm)}$$

Bài 5.

Áp dụng BĐT Cô – si ta có:

$$x = x - 1 + 1 \geq 2\sqrt{(x-1).1} = 2\sqrt{x-1} \Rightarrow x^2 \geq 4(x-1) \Rightarrow \frac{x^2}{y-1} \geq \frac{4(x-1)}{y-1}$$

$$\text{Tương tự ta có: } \frac{y^2}{x-1} \geq \frac{4(y-1)}{x-1}. \text{ Khi đó ta có:}$$

$$P = \frac{x^2}{y-1} + \frac{y^2}{x-1} \geq \frac{4(x-1)}{y-1} + \frac{4(y-1)}{x-1} \geq 2\sqrt{\frac{4(x-1)}{y-1} \cdot \frac{4(y-1)}{x-1}} = 8$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=1 \\ y-1=1 \\ \frac{x-1}{y-1} = \frac{y-1}{x-1} \end{cases} \Leftrightarrow x=y=2$$

$$\text{Vậy } \min P = 8 \Leftrightarrow x = y = 2$$

Đề số 18

Câu 1.(3 điểm)

- 1) Rút gọn các biểu thức

$$A = \sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{2+5\sqrt{x}}{x-4}$$

- 2) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x+2y=12 \\ 3x-y=1 \end{cases}$$

Câu 2.(1,0 điểm) Một phòng họp có 180 người được xếp đều trên các dãy ghế. Nếu thêm 80 người thì phải kê thêm 2 dãy ghế và mỗi dãy ghế tăng thêm 3 người. Hỏi lúc đầu phòng họp đó có bao nhiêu dãy ghế?

Câu 3. (2đ) Cho phương trình $x^2 - 2mx - 4m - 5 = 0(1)$ (m là tham số)

- 1) Giải phương trình (1) khi $m = -2$
2) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn:

$$\frac{1}{2}x_1^2 - (m-1)x_1 + x_2 - 2m + \frac{33}{2} = 4059$$

Câu 4.(3 điểm) Trên nửa đường tròn đường kính AB , bán kính R . Lấy hai điểm I, Q sao cho I thuộc cung AQ . Gọi C là giao điểm của hai tia AI, BQ , H là giao điểm của hai dây AQ và BI . Chứng minh rằng:

- 1) Tứ giác $CIHQ$ là tứ giác nội tiếp
2) $CI \cdot AI = HI \cdot BI$
3) $AI \cdot AC + BQ \cdot BC$ luôn không đổi.

Câu 5.(1,0 điểm)

- 1) Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $2a + 3b = 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

$$\text{thức } Q = \frac{2002}{a} + \frac{2017}{b} + 2996a - 5501b$$

- 2) Một ngũ giác có tính chất: Tất cả các tam giác có ba đỉnh là ba đỉnh liên tiếp của ngũ giác, đều có diện tích bằng 1. Tính diện tích của ngũ giác đó

ĐÁP ÁN

Bài 1.

1) Rút gọn các biểu thức

$$A = \sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{2+5\sqrt{x}}{x-4} \begin{pmatrix} x \geq 0 \\ x \neq 4 \end{pmatrix} \\ &= \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+2) + 2\sqrt{x}(\sqrt{x}-2) - 2 - 5\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{x+3\sqrt{x}+2+2x-4\sqrt{x}-2-5\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \\ &= \frac{3x-6\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{3\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} \end{aligned}$$

2) Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} x+2y=12 \\ 3x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y=12 \\ 6x-2y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x=14 \\ y=3x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=5 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 5)$

Bài 2.

Gọi số dãy ghế lúc đầu có trong phòng họp là x (dãy) ($x \in N^*$)

Vì lúc đầu phòng họp có 180 người nên số người được xếp trên 1 dãy ghế là: $\frac{180}{x}$ (người)

Số người có trong phòng họp sau khi thêm 80 người: $180 + 80 = 260$ (người)

Vì lúc sau phải kê thêm hai dãy ghế nên số dãy ghế lúc sau là : $x + 2$ (dãy)

$\Rightarrow$ Số người được xếp trên một dãy ghế lúc sau là : $\frac{260}{x+2}$ (người)

Vì lúc sau mỗi dãy tăng thêm 3 người nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{260}{x+2} - \frac{180}{x} &= 3 \Leftrightarrow 260x - 180x - 360 = 3x(x+2) \\ \Leftrightarrow 80x - 360 &= 3x^2 + 6x \Leftrightarrow 3x^2 - 74x + 360 = 0 \\ \Leftrightarrow 3x^2 - 54x - 20x + 360 &= 0 \Leftrightarrow 3x(x-18) - 20(x-18) = 0 \\ \Leftrightarrow (3x-20)(x-18) &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{20}{3} (ktm) \\ x = 18 (tm) \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy lúc đầu phòng họp có 18 dãy ghế.

Bài 3.

1) Giải phương trình khi $m = -2$

Thay $m = -2$ vào phương trình (1) ta có: $x^2 + 4x + 3 = 0$

Ta có $a - b + c = 1 - 4 + 3 = 0$ nên phương trình có hai nghiệm $\begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -3 \end{cases}$

Vậy khi $m = -2$ thì tập nghiệm là $S = \{-1; -3\}$

2) Tìm m

Phương trình (1) có $\Delta' = m^2 - (4m - 5) = m^2 - 4m + 5 = (m - 2)^2 + 1 > 0 (\forall m)$

Do đó phương trình (1) luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m/

Áp dụng hệ thức Vi - et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = -4m - 5 \end{cases}$. Theo bài ra ta có:

$$\frac{1}{2}x_1^2 - (m - 1)x_1 + x_2 - 2m + \frac{33}{2} = 4059$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 - 2(m - 1)x_1 + 2x_2 - 4m + 33 = 8118$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 - 2mx_1 + 2x_1 + 2x_2 - 4m = 8085$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 - 2mx_1 - 4m - 5 + 2x_1 + 2x_2 = 8085 - 5$$

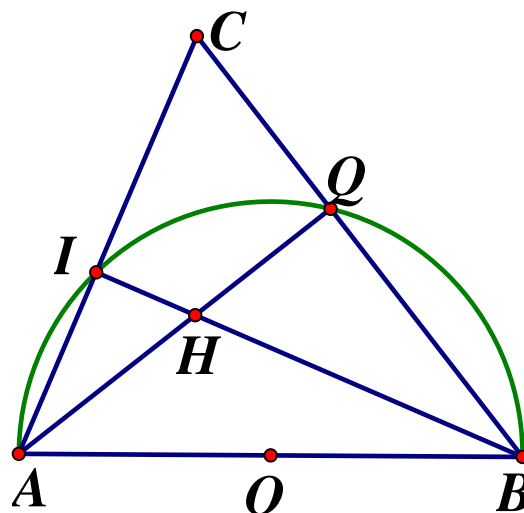
$$\Leftrightarrow (x_1^2 - 2mx_1 - 4m - 5) + 2(x_1 + x_2) = 8080$$

Vì x_1 là nghiệm của phương trình (1) nên ta có $x_1^2 - 2mx_1 - 4m - 5 = 0$. Do đó :

$$(*) \Leftrightarrow 2(x_1 + x_2) = 8080 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 4040 \Leftrightarrow 2m = 4040 \Leftrightarrow m = 2020$$

Vậy $m = 2020$

Bài 4.



1) Tứ giác $CIHQ$ nội tiếp

Vì $\angle AIB, \angle AQB$ là các góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) nên

$$\angle AIB = \angle AQB = 90^\circ \Rightarrow \angle CIH = \angle CQH = 90^\circ$$

Xét tứ giác $CIHQ$ có: $\angle CIH + \angle CQH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ nên $CIHQ$ là tứ giác nội tiếp

2) Chứng minh $CI.AI = HI.BI$

Xét $\triangle AHI$ và $\triangle BCI$ có: $\angle HAI = \angle CBI$ (cùng chắn cung IQ); $\angle AIH = \angle BIC = 90^\circ$

$$\Rightarrow \triangle AHI \sim \triangle BCI (g.g) \Rightarrow \frac{HI}{CI} = \frac{AI}{BI} \text{ (hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)}$$

$$\Rightarrow CI.AI = HI.BI \text{ (đpcm)}$$

3) Chứng minh $AI.AC + BQ.BC$ luôn không đổi

Ta có:

$$\begin{aligned} AI.AC + BQ.BC &= AC.(AC - IC) + BQ.(BQ + QC) = AC^2 - AC.IC + BQ^2 + BQ.QC \\ &= AQ^2 + QC^2 - AC.IC + BQ^2 + BQ.QC = (AQ^2 + BQ^2) + QC.(QC + BQ) - AC.IC \\ &= AB^2 + QC.BC - AC.IC \end{aligned}$$

Xét $\triangle AQC$ và $\triangle BIC$ có:

$\angle ICQ$ chung;

$$\angle AQC = \angle BIC = 90^\circ \Rightarrow \triangle AQC \sim \triangle BIC (g.g) \Rightarrow AC.IC = QC.BC \Rightarrow QC.BC - AC.IC = 0$$

Vậy $AI.AC + BQ.BC = AB^2 = (2R)^2 = 4R^2$ luôn không đổi (đpcm)

Bài 5.

1) Tìm giá trị nhỏ nhất của Q

$$Q = \frac{2002}{a} + \frac{2017}{b} + 2996a - 5501b = \left(\frac{2002a}{a} + 8008a \right) + \left(\frac{2017}{b} + 2017b \right) - (5012a + 7518b)$$

$$Q = 2002 \left(\frac{1}{a} + 4a \right) + 2017 \left(\frac{1}{b} + b \right) - 2056.(2a + 3b)$$

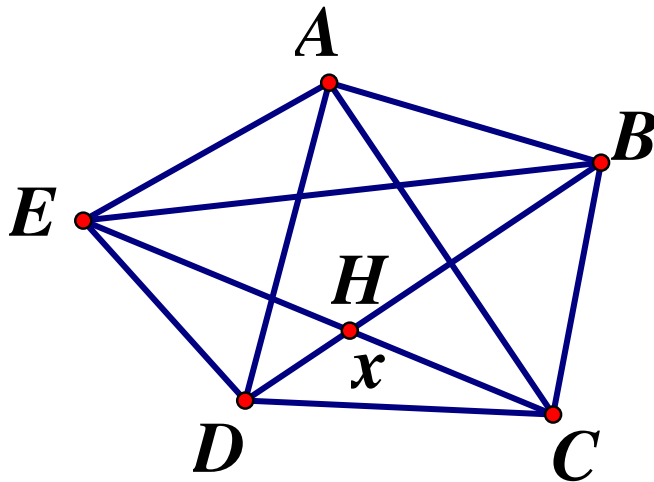
$$= 2002 \left(\frac{1}{a} + 4a \right) + 2017 \left(\frac{1}{b} + b \right) - 2056.4 \overset{CO-SI}{\geq} 2002.2\sqrt{\frac{1}{a}.4a} + 2017.2\sqrt{\frac{1}{b}.b} - 10024 = 2018$$

$$\Rightarrow Q \geq 2018$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{a} = 4a \\ \frac{1}{b} = b \\ 2a + 3b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$$

Vậy $Q_{\min} = 2018 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}; b = 1$

2) Tính diện tích ngũ giác



Theo bài ra ta có, $S_{BCD} = S_{ECD} = 1$

Hai tam giác này có chung cạnh đáy CD , nên khoảng cách từ B, E đến CD bằng nhau, do đó $BE \parallel CD$. Chứng minh hoàn toàn tương tự, ta cũng có:

$AD \parallel BC, CE \parallel AB$. Gọi $\{H\} = BD \cap CE$

Ta có: $\begin{cases} AE \parallel BD \Rightarrow AE \parallel BH \\ CE \parallel AB \Rightarrow HE \parallel AB \end{cases} \Rightarrow ABHE$ là hình bình hành nên $S_{ABE} = S_{HBE} = 1$

Đặt $S_{BCD} = x (0 < x < 1)$. Ta có: $S_{HCD} = S_{BCD} - S_{HBC} = S_{CDE} - S_{HDE}$
 $\Rightarrow 1 - S_{HBC} = 1 - S_{HDE} \Rightarrow S_{HBC} = S_{HDE}$

Ta lại có: $\frac{S_{HBC}}{S_{HCD}} = \frac{BH}{DH} = \frac{S_{HBE}}{S_{HDE}} \Rightarrow \frac{1-x}{x} = \frac{1}{1-x} \Leftrightarrow x^2 - 3x + 1 = 0$

Ta có $\Delta = (-3)^2 - 4.1.1 = 5 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm $\begin{cases} x = \frac{3+\sqrt{5}}{2} (ktm) \\ x = \frac{3-\sqrt{5}}{2} (tm) \end{cases}$.

Vậy $S_{ABCDE} = S_{ABE} + S_{HBE} + S_{HCD} + S_{HBC} + S_{HDE} = 1 + 1 + \frac{3-\sqrt{5}}{2} + 2 \cdot \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{5+\sqrt{5}}{5}$

Đề số 19

Câu 1. (1,75 điểm)

- 1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x - 5y = 7 \\ 2x + 4y = 1 \end{cases}$$
- 2) Giải phương trình $x^4 - 12x^2 + 16 = 0$
- 3) Giải phương trình: $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{(x-1)(x-2)} = \frac{3}{2x}$

Câu 2. (2,0 điểm)

- 1) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = \frac{x^2}{4}$
- 2) Tìm các tham số thực m để hai đường thẳng $y = 2x$ và $y = (m^2 + m)x + 1$ cắt nhau
- 3) Tìm các số thực a để biểu thức $\frac{1}{\sqrt{a-2}} + \sqrt{6-2a}$ xác định.

Câu 3. (1,75 điểm)

- 1) Cho một hình cầu có thể tích bằng $288\pi (cm^3)$. Tính diện tích của mặt cầu
- 2) Một nhóm học sinh được giao sắp xếp 270 quyển sách vào tủ ở thư viện trong một thời gian nhất định. Khi bắt đầu làm việc nhóm được bổ sung thêm học sinh nên mỗi giờ nhóm sắp xếp nhiều hơn dự định 20 quyển sách, vì vậy, không những hoàn thành trước dự định 1 giờ mà còn vượt mức được giao 10 quyển sách. Hỏi số quyển sách mỗi giờ nhóm dự định sắp xếp là bao nhiêu ?
- 3) Cho x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 2x - 1 = 0$. Hãy lập một phương trình bậc hai một ẩn có hai nghiệm là $\left| (x_1)^3 \right|, \left| (x_2)^3 \right|$

Câu 4. (1,25 điểm)

- 1) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{a\sqrt{a} - 8}{a + 2\sqrt{a} + 4} \right) \left(\frac{a + 5\sqrt{a} + 6}{a - 4} \right) \begin{cases} a \geq 0 \\ a \neq 4 \end{cases}$
- 2) Tìm các số thực x và y thỏa mãn
$$\begin{cases} x^3 = y^2 + 18 \\ y^3 = x^2 + 18 \end{cases}$$

Câu 5. (2,75 điểm) Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) có hai đường cao BE, CF cắt nhau tại trực tâm $H, AB < AC$. Vẽ đường kính AD của (O) . Gọi K là giao điểm của đường thẳng AH với đường tròn $(O), K$ khác A . Gọi L, P lần lượt là giao điểm

của đường thẳng AH với đường tròn (O) , K khác A . Gọi L, P lần lượt là giao điểm của hai đường thẳng BC và EF , AC và KD

- 1) Chứng minh tứ giác $EHKP$ nội tiếp đường tròn và tâm I của đường tròn này thuộc đường thẳng BC
- 2) Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC . Chứng minh $AH = 2OM$
- 3) Gọi T là giao điểm của đường tròn (O) với đường tròn ngoại tiếp tam giác EFK , T khác K . Chứng minh rằng ba điểm L, K, T thẳng hàng.

Câu 6. (0,5 điểm)

Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $abc = 1$. Chứng minh rằng

$$(a^2 + b^2 + c^2)^3 \geq 9(a + b + c)$$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

1) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x - 5y = 7 \\ 2x + 4y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 10y = 14 \\ 6x + 12y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 22y = -11 \\ x = \frac{5y + 7}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$

2) Giải phương trình: $x^4 - 12x^2 + 16 = 0$

Đặt $x^2 = t (t \geq 0)$. Khi đó ta có phương trình $t^2 - 12t + 16 = 0$

Phương trình có $\Delta' = 6^2 - 16 = 20 > 0$

$\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\begin{cases} t_1 = 6 - 2\sqrt{5} (tm) \\ t_2 = 6 + 2\sqrt{5} (tm) \end{cases}$

Với $t = 6 - 2\sqrt{5} \Leftrightarrow x^2 = 6 - 2\sqrt{5} \Leftrightarrow x^2 = (\sqrt{5} - 1)^2 \Rightarrow x = \pm(\sqrt{5} - 1)$

Với $t = 6 + 2\sqrt{5} \Rightarrow x^2 = (\sqrt{5} + 1)^2 \Rightarrow x = \pm(\sqrt{5} + 1)$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho $S = \{-\sqrt{5} - 1; 1 - \sqrt{5}; \sqrt{5} - 1; \sqrt{5} + 1\}$

3) Giải phương trình:

Điều kiện $x \neq 0; x \neq 1; x \neq 2$

$$\begin{aligned}\frac{1}{x-1} + \frac{1}{(x-1)(x-2)} &= \frac{3}{2x} \Leftrightarrow 2x(x-2) + 2x = 3(x-1)(x-2) \\ \Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 2x &= 3x^2 - 9x + 6 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 6 = 0 \\ \Leftrightarrow x^2 - 6x - x + 6 &= 0 \Leftrightarrow x(x-6) - (x-6) = 0 \\ \Leftrightarrow (x-6)(x-1) &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1(ktm) \\ x=6(tm) \end{cases}\end{aligned}$$

Vậy $S = \{6\}$

Câu 2.

1) Học sinh tự vẽ đồ thị (P)

2) **Tìm các tham số m**

Hai đường thẳng $y = 2x$ và $y = (m^2 + m)x + 1$ cắt nhau khi và chỉ khi :

$$\begin{aligned}m^2 + m &\neq 2 \Leftrightarrow m^2 + m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow m^2 - m + 2m - 2 \neq 0 \\ \Leftrightarrow m(m-1) + 2(m-1) &\neq 0 \Leftrightarrow (m-1)(m+2) \neq 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq -2 \end{cases}\end{aligned}$$

3) **Tìm các số thực a**

$$\text{Biểu thức } \frac{1}{\sqrt{a-2}} + \sqrt{6-2a} \text{ xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} a-2 > 0 \\ 6-2a \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 2 \\ a \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < a \leq 3$$

Vậy với $2 < a \leq 3$ thì biểu thức $\frac{1}{\sqrt{a-2}} + \sqrt{6-2a}$ xác định.

Câu 3.

1) **Tính diện tích mặt cầu**

Gọi R là bán kính của hình cầu

$$\text{Vì khối cầu có thể tích bằng } 288\pi (cm^3) \text{ nên } \frac{4}{3}\pi R^3 = 288\pi \Leftrightarrow R^3 = 216 \Leftrightarrow R = 6(cm)$$

$$\text{Vậy diện tích mặt cầu là } S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 6^2 = 144\pi (cm^2)$$

2) **Tính số quyển sách.....**

Gọi số quyển sách mỗi giờ nhóm dự định sắp xếp là x (quyển) (ĐK: $x \in \mathbb{N}^*$)

$$\Rightarrow \text{Thời gian dự định sắp xếp xong 270 quyển là } \frac{270}{x} (h)$$

Vì mỗi giờ nhóm sắp xếp được nhiều hơn dự định 20 quyển sách nên số sách thực tế mỗi giờ đã sắp xếp là $x + 20$ (quyển)

Vì nhóm sắp xếp vượt mức được giao 10 quyển sách nên nhóm đó đã sắp xếp được $270 + 10 = 280$ (quyển) nên thời gian thực tế sắp xếp xong 280 quyển sách là:

$\frac{280}{x+20}(h)$. Vì thực tế hoàn thành trước dự định 1 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{270}{x} - \frac{280}{x+20} = 1 \Leftrightarrow 270(x+20) - 280x = x(x+20)$$

$$\Leftrightarrow 270x + 5400 - 280x = x^2 + 20x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 30x - 5400 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 60x + 90x - 5400 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-60) + 90(x-60) = 0 \Leftrightarrow (x-60)(x+90) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-60=0 \\ x+90=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=60(tm) \\ x=-90(ktm) \end{cases}$$

Vậy số quyển sách dự định mỗi giờ nhóm sắp xếp là 60 quyển.

3) Hãy lập phương trình

Xét phương trình $x^2 - 2x - 1 = 0$ có $ac = -1 < 0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt trái dấu.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình $x^2 - 2x - 1 = 0$, áp dụng định lý Vi-et

ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = -1 \end{cases}$$

Vì hai nghiệm x_1, x_2 trái dấu nên không mất tính tổng quát, ta giả sử $x_1 < 0 < x_2$

Khi đó ta có:

$$S = \left| (x_1)^3 \right| + \left| (x_2)^3 \right| = -x_1^3 + x_2^3 = (x_2 - x_1)^3 + 3x_1 x_2 (x_2 - x_1)$$

$$= (x_2 - x_1)^3 - 3(x_2 - x_1)$$

$$P = \left| (x_1)^3 \right| \cdot \left| (x_2)^3 \right| = -x_1^3 x_2^3 = -(x_1 x_2)^3 = -(-1)^3 = 1$$

Ta có:

$$(x_2 - x_1)^2 = (x_2 + x_1)^2 - 4x_2 x_1 = 2^2 - 4 \cdot (-1) = 8$$

$$\Rightarrow |x_2 - x_1| = \sqrt{8} \Leftrightarrow x_2 - x_1 = \sqrt{8} \text{ (Do } x_2 > x_1 \text{)}$$

Khi đó ta có: $S = \left| (x_1)^3 \right| + \left| (x_2)^3 \right| = (\sqrt{8})^3 - 3 \cdot (\sqrt{8}) = 8\sqrt{8} - 3\sqrt{8} = 5\sqrt{8}$

Vì $S^2 - 4P = (5\sqrt{8})^2 - 4 \cdot 1 = 184 > 0$ nên $\left| (x_1)^3 \right|, \left| (x_2)^3 \right|$ là nghiệm của phương

trình $X^2 - 10\sqrt{2}X + 1 = 0$

Vậy $\left| (x_1)^3 \right|, \left| (x_2)^3 \right|$ là nghiệm của phương trình $X^2 - 10\sqrt{2}X + 1 = 0$

Câu 4.

1) Rút gọn biểu thức.... Với $a \geq 0, a \neq 4$ ta có:

$$P = \left(\frac{a\sqrt{a} - 8}{a + 2\sqrt{a} + 4} \right) \cdot \left(\frac{a + 5\sqrt{a} + 6}{a - 4} \right)$$

$$P = \left(\frac{(\sqrt{a})^3 - 2^3}{a + 2\sqrt{a} + 4} \right) \cdot \left(\frac{a + 2\sqrt{a} + 3\sqrt{a} + 6}{(\sqrt{a} - 2)(\sqrt{a} + 2)} \right)$$

$$P = \frac{(\sqrt{a} - 2)(a + 2\sqrt{a} + 4)}{a + 2\sqrt{a} + 4} \cdot \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} + 2) + 3(\sqrt{a} + 2)}{(\sqrt{a} - 2)(\sqrt{a} + 2)}$$

$$P = (\sqrt{a} - 2) \cdot \frac{\sqrt{a} + 3}{\sqrt{a} - 2} = \sqrt{a} + 3$$

2) Tìm các số thực x, y

Xét hệ phương trình $\begin{cases} x^3 = y^2 + 18 & (1) \\ y^3 = x^2 + 18 & (2) \end{cases}$. Trừ vế theo vế của phương trình (1) và (2) ta có:

$$x^3 - y^3 = y^2 - x^2 \Leftrightarrow (x - y)(x^2 + xy + y^2) = -(x - y)(x + y)$$

$$\Leftrightarrow (x - y)(x^2 + xy + y^2 + x + y) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ x^2 + xy + y^2 + x + y = 0 \end{cases}$$

TH1: $x = y$ thay vào (1) ta có:

$$x^3 = x^2 + 18 \Leftrightarrow x^3 - x^2 - 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 27 - x^2 + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)(x^2 + 3x + 9) - (x - 3)(x + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)(x^2 + 3x + 9 - x - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)(x^2 + 2x + 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x^2 + 2x + 6 = 0 \text{ (VN do } \Delta < 0) \end{cases}$$

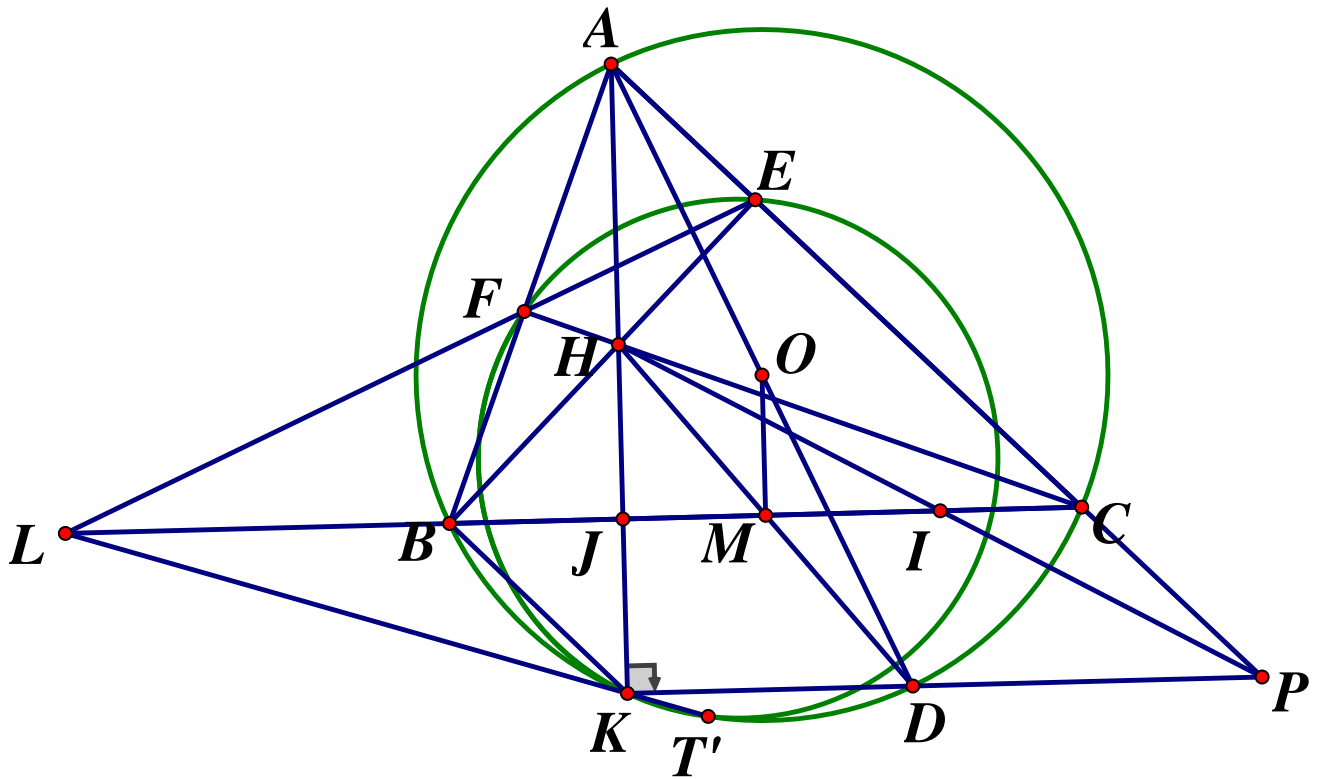
TH2: $x^2 + xy + y^2 + x + y = 0$

$$\forall \begin{cases} x^3 = y^2 + 18 \geq 18 \Rightarrow x \geq \sqrt[3]{18} > 0 \\ y^3 = x^2 + 18 \geq 18 \Rightarrow y \geq \sqrt[3]{18} > 0 \end{cases} \Rightarrow x + y > 0$$

$$\text{Lại có: } x^2 + xy + y^2 = x^2 + 2x \cdot \frac{1}{2}y + \frac{1}{4}y^2 + \frac{3}{4}y^2 = \left(x + \frac{1}{2}y\right)^2 + \frac{3}{4}y^2 \geq 0 (\forall x, y)$$

Do đó $x^2 + xy + y^2 + x + y > 0 (\forall x, y)$, do đó phương trình $x^2 + xy + y^2 + x + y = 0$ vô nghiệm. Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (3; 3)$

Câu 5.



1) Chứng minh $EHKP$ là tứ giác nội tiếp

Ta có: BE là đường cao của $\triangle ABC \Rightarrow BE \perp AC$ hay $\angle BEC = \angle HEC = 90^\circ$

$\angle AKD$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn $\Rightarrow \angle AKD = 90^\circ$

Xét tứ giác $EHKP$ có: $\angle HEP + \angle HKP = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, mà hai góc này đối diện nên $EHKP$ là tứ giác nội tiếp (đpcm)

Có $\angle HKP = 90^\circ$ là góc nội tiếp chắn cung $HP \Rightarrow HP$ là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $EHKP \Rightarrow$ Tâm I của đường tròn này là trung điểm của HP

Gọi J là giao điểm của AK và BC

Ta có: $\angle HBJ = \angle HAC$ (cùng phụ với $\angle ACB$)

$\angle KBC = \angle KAC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung KC) hay $\angle JBK = \angle HAC$

$\Rightarrow \angle HBJ = \angle JBK (= \angle HAC) \Rightarrow BJ$ là phân giác của $\angle HBK$

Ta có: AH là đường cao của $\triangle ABC \Rightarrow AH \perp BC = \{J\} \Rightarrow BJ$ là đường cao $\triangle BHK$

Xét $\triangle BHK$ ta có: BJ vừa là đường cao, vừa là đường phân giác từ đỉnh B của tam giác

$\Rightarrow \triangle BHK$ cân tại B và BJ là đường trung tuyến của $\triangle BHK \Rightarrow J$ là trung điểm của HK

Gọi I' là giao điểm của BC và HP

Ta có: $AJ \perp BC = \{J\}$ mà $KP \perp AH = \{K\} \Rightarrow BC \parallel KP$ hay $JI' \parallel KP$

Xét ΔHKP ta có: J là trung điểm của HK (cmt); $IJ \parallel KP$ (cmt) $\Rightarrow I'J$ là đường trung bình của $\Delta HKP \Rightarrow I'$ là trung điểm của $HP \Rightarrow I \equiv I'$ hay $I \in BC$ (đpcm)

2) Chứng minh $AH = 2OM$

Ta có: $\angle ABD = \angle ACD = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \begin{cases} AB \perp BD \\ AC \perp CD \end{cases}$

Mà $\begin{cases} AB \perp EF \text{ (gt)} \\ BE \perp AC \text{ (gt)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} CF \parallel BD \\ BE \parallel CD \end{cases}$ hay $\begin{cases} BH \parallel CD \\ CH \parallel BD \end{cases} \Rightarrow BDCH$ là hình bình hành

$\Rightarrow BC$ cắt HD tại trung điểm mỗi đường, lại có M là trung điểm của BC (gt)

$\Rightarrow M$ cũng là trung điểm của HD . Xét ΔAHD ta có:

O, M lần lượt là trung điểm của $AD, HD \Rightarrow OM$ là đường trung bình ΔAHD

$$\Rightarrow \begin{cases} OM \parallel AH \\ OM = \frac{1}{2}AH \end{cases} \Rightarrow AH = 2OM \text{ (đpcm)}$$

3) Chứng minh L, K, T thẳng hàng

Gọi T' là giao điểm của tia LK với đường tròn (O)

Xét tứ giác $BFEC$ ta có: $\angle BFC = \angle BEC = 90^\circ$. mà đỉnh F, E là các đỉnh kề nhau

Nên $BFEC$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \angle LFB = \angle LCE$ (góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

Xét ΔLFB và ΔLCE ta có:

L chung;

$$\angle LFB = \angle LCE \text{ (cmt)} \Rightarrow \Delta LFB \sim \Delta LCE \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{LF}{LC} = \frac{LB}{LE} \Rightarrow LE \cdot LF = LB \cdot LC$$

Ta có tứ giác $BCT'K$ nội tiếp đường tròn (O)

$\Rightarrow \angle LKB = \angle LCT'$ (góc ngoài tại 1 đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

Xét ΔLBK và $\Delta LCT'$ ta có: L chung; $\angle LKB = \angle LCT'$ (cmt) $\Rightarrow \Delta LBK \sim \Delta LCT'$ (g - g)

$$\Rightarrow \frac{LB}{LT'} = \frac{LK}{LC} \Rightarrow LB \cdot LC = LK \cdot LT' \Rightarrow LE \cdot LF = LK \cdot LT' (= LB \cdot LC) \Rightarrow \frac{LF}{LT'} = \frac{LK}{LE}$$

Xét ΔLFK và $\Delta LT'E$ ta có:

$$ELT' \text{ chung; } \frac{LF}{LT'} = \frac{LK}{LE} \Rightarrow \Delta LFK \sim \Delta LT'E \text{ (c - g - c)} \Rightarrow LFK = LET'$$

$\Rightarrow EFKT'$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có góc ngoài bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

$\Rightarrow T'$ thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác EFK

$\Rightarrow T \equiv T' \Rightarrow L, K, T$ thẳng hàng. (đpcm)

Câu 6.

Ta có: $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$

$$\text{Mà } \begin{cases} 2ab \leq a^2 + b^2 \\ 2bc \leq b^2 + c^2 \\ 2ca \leq c^2 + a^2 \end{cases} \Rightarrow 2(ab + bc + ca) \leq 2(a^2 + b^2 + c^2)$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 \geq (a + b + c)^2 - 2(a^2 + b^2 + c^2)$$

$$\Leftrightarrow 3(a^2 + b^2 + c^2) \geq (a + b + c)^2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{1}{3}(a + b + c)^2$$

$$\Leftrightarrow (a^2 + b^2 + c^2)^3 \geq \frac{1}{27}(a + b + c)^6$$

Ta cần chứng minh:

$$\frac{1}{27}(a + b + c)^6 \geq 9(a + b + c) \Leftrightarrow (a + b + c)^6 \geq 243(a + b + c)$$

$$\Leftrightarrow (a + b + c) \left[(a + b + c)^5 - 243 \right] \geq 0$$

$$\text{Vì } a, b, c > 0 \Rightarrow a + b + c > 0$$

$$\text{Do đó ta cần chứng minh } (a + b + c)^5 - 243 \geq 0 \Leftrightarrow (a + b + c)^5 \geq 243 \Leftrightarrow a + b + c \geq 3$$

$$\text{Áp dụng BĐT Cô si ta có: } a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc} = 3$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = c \\ abc = 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = 1$$

Vậy ta có điều phải chứng minh.

- 1) Chứng minh tứ giác $AMON$ là tứ giác nội tiếp
- 2) Biết rằng $OA = 10cm, MAN = 60^\circ$. Tính phần diện tích của tứ giác $AMON$ nằm bên ngoài đường tròn (O)

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$1) F = \sqrt{49} + \sqrt{25} = 7 + 5 = 12$$

$$2) \text{ Biểu thức } H = \sqrt{x-1} \text{ có nghĩa } \Leftrightarrow x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$$

Câu 2.

1) Đồng biến hay nghịch biến ?

Hàm số $y = 3x + 2$ là hàm số đồng biến vì $a = 3 > 0$

2) Điểm $M(2;8)$ có thuộc (P) không ? Vì sao ?

Thay tọa độ điểm $M(2;8)$ vào hàm số $y = 2x^2$ ta có: $8 = 2.2^2 \Leftrightarrow 8 = 8$ (luôn đúng)

Vậy $M(2;8) \in (P)$

Câu 3.

1) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 6 \\ y = 3 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 1)$

2) Mai bắt đầu đi học lúc mấy giờ ?

Gọi thời gian bạn Mai đi từ nhà đến trường là $x(h)$ $\left(x > \frac{1}{12}\right)$

Vì Mai bắt đầu đi học sớm hơn Lan 5 phút và hai bạn gặp nhau cùng lúc nên thời gian Mai đi từ nhà đến trường nhiều hơn Lan đi từ nhà đến trường là

$$5 \text{ phút} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}(h) \text{ nên thời gian Lan đi từ nhà đến trường: } x - \frac{1}{12}(h)$$

$$\Rightarrow \text{ Vận tốc của xe bạn Mai là: } \frac{4}{x}(km/h)$$

$$\text{ Vận tốc của xe bạn Lan là: } \frac{5}{x - \frac{1}{12}} = \frac{60}{12x - 1}(km/h)$$

Vì vận tốc đi xe của bạn Lan lớn hơn vận tốc đi xe của bạn Mai là $8km/h$ nên ta có

$$\text{ phương trình: } \frac{60}{12x - 1} - \frac{4}{x} = 8$$

$$\Leftrightarrow \frac{15}{12x - 1} - \frac{1}{x} = 2 \Leftrightarrow 15x - 12x + 1 = 2x(12x - 1) \Leftrightarrow 24x^2 - 5x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 24x^2 - 8x + 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow 8x(3x - 1) + (3x - 1) = 0 \Leftrightarrow (3x - 1)(8x + 1) = 0$$

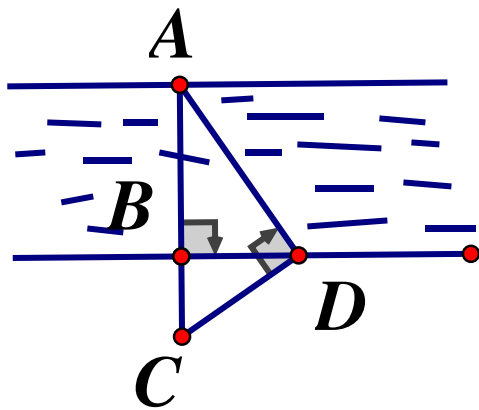
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-1=0 \\ 8x+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{3}(tm) \\ x=-\frac{1}{8}(ktm) \end{cases}$$

Nên thời gian Mai đi từ nhà đến trường là $\frac{1}{3}h = 20$ phút

Vậy Mai bắt đầu đi học lúc 6 giờ 50 phút – 20 phút = 6 giờ 30 phút

Câu 4. Thể tích hộp sữa Ông Thọ: $V = \pi r^2 h \approx 3,14.3,8^2.8 \approx 362,73(cm^3)$

Câu 5.



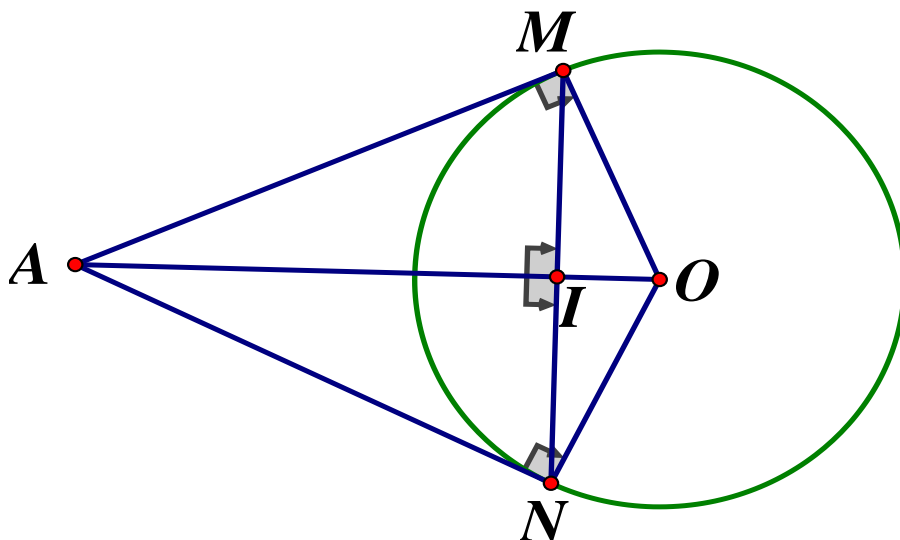
Xét tam giác ACD vuông tại D có đường cao DB ta có:

$$DB^2 = AB \cdot BC \text{ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)}$$

$$\Rightarrow 12^2 = AB \cdot 9 \Leftrightarrow AB = 12^2 : 9 = 16(m)$$

Vậy chiều rộng của dòng sông $AB = 16cm$

Câu 6.



1) Chứng minh tứ giác AMON là tứ giác nội tiếp

Ta có: AM, AN là các tiếp tuyến tại M, N của

$$(O) \Rightarrow \begin{cases} OM \perp AM \\ ON \perp AN \end{cases} \Rightarrow \angle AMO = \angle ANO = 90^\circ$$

Xét tứ giác $AMON$ ta có: $\angle AMO + \angle ANO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow AMON$ là tứ giác nội tiếp

2) Tính phần diện tích

Ta có: AM, AN là hai tiếp tuyến cắt nhau tại A

$\Rightarrow AO$ là phân giác của $\angle MAN$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$$\angle MAO = \frac{1}{2} \angle MAN = 30^\circ$$

Xét $\triangle AMO$ vuông tại M ta có:

$$AM = AO \cdot \cos \angle MAO = 10 \cdot \cos 30^\circ = 5\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$OM = R = AO \cdot \sin \angle MAO = 10 \cdot \sin 30^\circ = 5 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow S_{AMO} = \frac{1}{2} OM \cdot AM = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5\sqrt{3} = \frac{25\sqrt{3}}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\Rightarrow S_{AMON} = 2S_{AMO} = 2 \cdot \frac{25\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

Ta có: $AMON$ là tứ giác nội tiếp (cmt)

$$\Rightarrow \angle MAN + \angle MON = 180^\circ \text{ (tính chất tứ giác nội tiếp)}$$

$$\Rightarrow \angle MON = 180^\circ - \angle MAN = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

Mà $\angle MON$ là góc ở tâm chắn cung $MN \Rightarrow sđ MN = 120^\circ$

$$\Rightarrow S_{\text{quat}(MON)} = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot n}{360} = \frac{\pi \cdot 5^2 \cdot 120}{360} = \frac{25\pi}{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{Nên diện tích phần cần tìm là } S = S_{AMON} - S_{\text{quat}} = 25\sqrt{3} - \frac{25\pi}{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{Vậy diện tích cần tìm là } 25\sqrt{3} - \frac{25\pi}{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$